

RAFAEL NILSON RODRIGUES

**DESPACHO DE UNIDADES GERADORAS HIDRELÉTRICAS
UTILIZANDO LAGRANGEANO AUMENTADO**

FLORIANÓPOLIS – SC

2003

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

DESPACHO DE UNIDADES GERADORAS HIDRELÉTRICAS
UTILIZANDO LAGRANGEANO AUMENTADO

Dissertação submetida à Universidade Federal de
Santa Catarina como parte dos requisitos para
obtenção do grau de Mestre em Engenharia

RAFAEL NILSON RODRIGUES

FLORIANÓPOLIS, ABRIL DE 2003

DESPACHO DE UNIDADES GERADORAS HIDRELÉTRICAS UTILIZANDO LAGRANGEANO AUMENTADO

RAFAEL NILSON RODRIGUES

“Esta Dissertação foi julgada adequada para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica, Área de Concentração em Sistemas de Energia Elétrica, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina.”

Prof. Edson Luiz da Silva, D. Eng.
Orientador

Prof. Edson Roberto de Pieri, D. Sc.
Coordenador do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Banca Examinadora:

Prof. Edson Luiz da Silva, D. Eng.
Presidente

Prof. Hans Helmut Zürn, Ph. D.
Membro

Prof. Antonio J. A. Simões Costa, Ph. D.
Membro

AGRADECIMENTOS

Gostaria de expressar meus agradecimentos para todas as pessoas que, de uma forma ou de outra, contribuíram para a elaboração desta dissertação de mestrado.

Em primeiro lugar agradeço a Deus criador, salvador e conservador, pelas graças derramadas sobre nós. De Seu amor e bondade deflui a inteligência com que nos favoreceu para desenvolver este trabalho e forças para superar as dificuldades e falta de compreensão encontradas neste mundo.

Agradeço de modo especial ao professor Edson Luiz da Silva pela sua orientação e dedicação, apoiando-me e corrigindo-me sempre que foi necessário.

Aos professores Hans Helmut Zürn e Antonio J. A. Simões Costa pela participação na banca e contribuição ao longo da graduação e pós-graduação.

Ao colega Erlon Cristian Finardi pelos momentos de discussão fundamentais na elaboração deste trabalho.

Aos professores Ildemar Cassanar Decker, C. Celso de Brasil Camargo e Jorge Coelho pelo apoio e idéias.

Ao professor José Mario Martinez pelo auxílio matemático durante este trabalho de mestrado.

Aos meus grandes amigos Everthon Taghori Sica, Alexandre Nunes Zucarato, Francisco Font Bell, Erlon Cristian Finardi, Rubiara Fernandes, Daniel Dotta, Adriano de Souza, Ana Bárbara Knolseisen, Marcelo Agostini, Paulo Henrique, Mauricio Sperandio e aos demais colegas de LabPlan pelos momentos de estudos e diversão.

Aos companheiros Alexandre Aníbal de Mello, Gabriel Gallina, Tiago Francisco, Marcos Couto, Silvano Baldessar, Graziela Tomaseli Fidelis, Francielle Zanatta e a tantos outros que me apoiaram nessa jornada.

A todos, muito obrigado.

Resumo da Dissertação apresentada à UFSC como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

DESPACHO DE UNIDADES GERADORAS HIDRELÉTRICAS UTILIZANDO LAGRANGEANO AUMENTADO

RAFAEL NILSON RODRIGUES

Abril / 2003

Orientador: Edson Luiz da Silva, D.Eng.

Área de Concentração: Sistemas de Energia Elétrica.

Palavras-chave: Planejamento de Sistemas Hidrotérmicos, Alocação de Unidades Geradoras, Programação Não-Linear, Lagrangeano Aumentado, Quase-Newton.

Número de Páginas: 121.

O Planejamento da Operação Energética possui o objetivo de determinar uma estratégia de geração que minimize o valor esperado dos custos operativos durante um período de planejamento, respeitando restrições operativas do sistema. Este planejamento da operação pode ser dividido em: estudos de mais longo prazo e planejamento de curto prazo. Com relação ao planejamento de curto prazo, no caso de sistemas fortemente hidrelétricos, a modelagem da geração deve ser a mais realista possível, traduzindo com precisão o comportamento físico dos diversos tipos de unidades geradoras. Consequentemente, o problema de planejamento de curto prazo torna-se de difícil solução. Neste problema, é utilizada a técnica de Relaxação Lagrangeana para decompor este problema em uma série de subproblemas menores e mais simples de serem resolvidos. Entre eles, o subproblema de Despacho de Unidades Geradoras Hidrelétricas que define os níveis de geração das unidades. Este subproblema é de natureza não-linear e contínua. O objetivo deste trabalho é contribuir para solução dos subproblemas de despacho, utilizando a modelagem realista deste tipo de geração e desenvolvendo um algoritmo de otimização que solucione problemas de programação não-linear com restrições e aplicando esse algoritmo à algumas usinas hidrelétricas do parque gerador brasileiro. Para tanto, utilizam-se os métodos de Lagrangeano Aumentado e Quase-Newton na construção desse algoritmo. O algoritmo desenvolvido é testado para resolver o problema de despacho das usinas de Salto Osório e Tucuruí.

Abstract of Dissertation presented to Federal University of Santa Catarina as a partial fulfillment of the requirements for degree of Master in Electrical Engineering.

HYDRO UNITS DISPATCH USING AUGMENTED LAGRANGIAN

RAFAEL NILSON RODRIGUES

April / 2003

Advisor: Edson Luiz da Silva, D.Eng.

Area of Concentration: Power Systems.

Keywords: Operation Planning, Unit Commitment, Nonlinear Programming, Augmented Lagrangian and Quasi-Newton.

Number of Pages: 121.

The Operation Planning searches for determining a generation strategy that minimizes the expected value of the operative costs during a period of planning, taking into account operative constraints of the system. The operation planning can be divided in long and short term studies, where the focus of this work is on short term operation planning. In these studies, mainly in the case of predominantly hydroelectric systems, the modeling of the generating units must be as realistic as possible for a precise representation of the diverse types of generating units physical behavior into the computational model. This requisite becomes the short term planning in a very complex problem. In this work, the technique of Lagrangian Relaxation is used to decompose this problem into a series of smaller and simpler subproblems, such as the Hydro Units Dispatch subproblem, which is both continuous and nonlinear problem and its solution aims to define the levels of generation of the units. The purpose of this work is to contribute for the solution of dispatch subproblems, by using a realistic modeling of this type of generation and developing an optimization algorithm, which solves nonlinear programming problems with constraints. The developed algorithm, based on methods of Augmented Lagrangian and Quasi-Newton, is applied to Brazilian Electrical System, involving hydroelectric plants (Salto Osório and Tucuruí plants).

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1 – O PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO ENERGÉTICA E O PROBLEMA DE ALOCAÇÃO DE UNIDADES GERADORAS	1
1.1 Introdução	1
1.2 Planejamento da Operação Energética	3
1.3 Planejamento da Operação Energética de Curto Prazo	6
1.4 Subproblema de Alocação de Unidades Geradoras	7
 CAPÍTULO 2 – MODELAGEM DAS UNIDADES GERADORAS	 9
2.1 Introdução	9
2.2 O Problema do Planejamento da Operação de Curto Prazo	11
2.3 Modelagem das Unidades Geradoras	12
2.3.1 Unidades Hidrelétricas	12
2.3.2 Unidades Termelétricas	27
2.4 Conclusões	32
 CAPÍTULO 3 – FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO DE CURTO PRAZO	 34
3.1 Introdução	34
3.2 Restrições Ligadas ao Sistema Hidrelétrico	34
3.3 Restrições Ligadas ao Sistema Termelétrico	41
3.4 Formulação do Problema de Planejamento da Operação de Curto Prazo	47
3.5 Conclusões	50
 CAPÍTULO 4 – TÉCNICAS DE DECOMPOSIÇÃO APLICADAS NA SOLUÇÃO DO PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO DE CURTO PRAZO	 51
4.1 Introdução	51
4.2 Relaxação Lagrangeana	52
4.3 Relaxação Lagrangeana Aplicada ao Problema de Planejamento da Operação de Curto Prazo	53
4.4 Conclusões	69
 CAPÍTULO 5 – SOLUÇÃO DO SUBPROBLEMA DE DESPACHO DA GERAÇÃO HIDRELÉTRICA	 70
5.1 Introdução	70

5.2 Lagrangeano Aumentado	70
5.3 Quase-Newton	76
5.4 Conclusões	80
CAPÍTULO 6 – APLICAÇÃO DO MÉTODO DE LAGRANGEANO AUMENTADO NO PROBLEMA DE DESPACHO DE UNIDADES HIDRELÉTRICAS	81
6.1 Introdução	81
6.2 Aplicação do Método de Lagrangeano Aumentado no Problema de Despacho da geração Hidrelétricas	82
6.3 Implementação Computacional	86
6.4 Resultados Obtidos	88
6.4.1 Usina Hidrelétrica de Salto Osório	88
6.4.2 Usina Hidrelétrica de Tucuruí	99
6.4.3 Vazão de Vertimento	106
6.5 Conclusões	108
CAPÍTULO 7 – CONCLUSÕES	109
7.1 O Problema de Planejamento da Operação de Curto Prazo	109
7.2 Recomendações para Trabalhos Futuros	111
APÊNDICE A	113
REFERÊNCIAS	114

LISTA DE FIGURAS

<i>Figura 1.1 – Diagrama Esquemático de um Sistema Hidrotérmico</i>	4
<i>Figura 1.2 – Processo de Decisão para Sistemas Hidrotérmicos</i>	5
<i>Figura 2.1 – Usina Hidrelétrica</i>	13
<i>Figura 2.2 – Curva-Colina – Exemplo Ilustrativo</i>	22
<i>Figura 2.3 – Curva de Potência Produzida na geradora para Diferentes Alturas de Queda Líquida</i>	24
<i>Figura 2.4 – Zonas de Cavitação em Turbinas Hidráulicas – Exemplo Ilustrativo</i>	26
<i>Figura 2.5 – Configuração Esquemática Típica da Geração de Energia com Turbina a Vapor.</i>	28
<i>Figura 2.6 – Curva Típica de Entrada e Saída de uma Termelétrica</i>	29
<i>Figura 3.1 – Efeito das restrições de Rampa – Exemplo Ilustrativo</i>	45
<i>Figura 4.1 – Esquema Ilustrativo do Processo de Decomposição</i>	68
<i>Figura 5.1 – Processo Iterativo do Lagrangeano Aumentado</i>	76
<i>Figura 5.2 – Divergência do Método de Newton</i>	77
<i>Figura 5.3 – Algoritmo de Quase-Newton</i>	79
<i>Figura 6.1 – Diagrama Esquemático da Implementação Computacional</i>	87
<i>Figura 6.2 – Salto Osório – Convergência</i>	91
<i>Figura 6.3 (a) – Salto Osório – Solução – Unidades Tipo 1</i>	92
<i>Figura 6.3 (b) – Salto Osório – Solução – Unidades Tipo 2</i>	92
<i>Figura 6.3 (c) – Salto Osório – Solução – Folga de Reserva.</i>	93
<i>Figura 6.4 (a) – Salto Osório – Restrições de Vazão Turbinada e de Reserva Girante</i>	94
<i>Figura 6.4 (b) – Salto Osório – Restrições de Limites de Potência</i>	94
<i>Figura 6.5 (a) – Salto Osório – Multiplicadores de Lagrange – restrições de Vazão Turbinada e de Reserva Girante</i>	96
<i>Figura 6.5 (b) – Salto Osório – Multiplicadores de Lagrange – Restrições de Limites de Potência</i>	96
<i>Figura 6.6 – Tucuruí – Convergência</i>	100
<i>Figura 6.7 – Tucuruí - Solução</i>	101
<i>Figura 6.8 – Tucuruí – Restrições</i>	101
<i>Figura 6.9 (a) – Tucuruí – Multiplicadores de Lagrange – Vazão Turbinada</i>	102
<i>Figura 6.9 (b) – Tucuruí – Multiplicadores de Lagrange – Limites de Potência e Reserva Girante</i>	102
<i>Figura 6.10 - Tucuruí – Multiplicadores de Lagrange – I_{gh} igual a 2,0</i>	103
<i>Figura 6.11 – Tucuruí – Enumeração Exaustiva</i>	104
<i>Figura 6.12 - Tucuruí – Comportamento da função objetivo variando-se o multiplicador associado à potência de saída</i>	105
<i>Figura 6.13 (a) - Solução para o caso de vertimento – Vazão Turbinada e Níveis de Geração</i>	106
<i>Figura 6.13 (b) - Solução para o caso de vertimento – Vazão de Vertimento e Reserva Girante</i>	106

CAPÍTULO 1

O PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO ENERGÉTICA E O PROBLEMA DE ALOCAÇÃO DE UNIDADES GERADORAS HIDRELÉTRICAS

1.1 Introdução

Na história da humanidade, a eletricidade se materializou como tecnologia disponível a partir das últimas décadas do século XIX [1]. Produto do esforço combinado da ciência e da tecnologia, aos poucos se transformou numa valiosa mercadoria destinada a diferentes usos. Representava, simultaneamente, progresso e civilização, tanto por ser uma nova alternativa de energia para as indústrias que cresciam em número e em produção, quanto pela abertura de novas condições para a ocupação dos espaços urbanos, graças aos usos da iluminação pública e privada. O perfil das cidades mudou. Nas residências e nos edifícios públicos a iluminação e diferentes aparelhos elétricos trouxeram conforto e deram asas ao imaginário social. A energia elétrica era o novo ícone da modernidade, com enorme utilidade prática e um forte potencial de sedução, fascinando o povo e as elites.

A pouca oferta de energia elétrica, de início, limitou seu uso para fins industriais, obrigando, em muitos casos, os próprios empresários a construir suas usinas,

termelétricas ou hidrelétricas. A implantação de locomóveis e de pequenos geradores foi uma alternativa também adotada.

Empreendedores pioneiros preocupados com suas indústrias, ou de suas cidades, seduzidos por essa nova fonte de energia, fizeram investimentos e materializaram usinas e redes de distribuição. Aos poucos o potencial dos consumidores foi se definindo, provocando o interesse de empresas que pretendiam controlar esse novo mercado. Desta forma, os países foram adquirindo competência para construir usinas cada vez mais complexas, em termos de tecnologia e investimentos, consolidando a indústria da produção de energia elétrica.

Com o passar dos anos, o consumo de energia elétrica foi crescendo de forma explosiva. Assim, construções de novas usinas, com capacidades de geração maiores, eram imprescindíveis. A engenharia de barragens, linhas de transmissão a longas distâncias, a construção de equipamentos pesados, como consequência de ações planejadas, permitiram o crescimento do potencial instalado por todo o mundo.

À medida que a indústria de energia elétrica foi tornando-se de grande porte, com linhas de transmissão permitindo interligações e com o crescimento do consumo de energia, tornou-se imprescindível a implantação de controles de qualidade da energia elétrica e de estudos sobre os custos de operação do sistema elétrico.

O objetivo da operação do sistema é determinar uma estratégia de geração em cada usina que minimize o valor esperado dos custos operativos num período de planejamento, respeitando um conjunto de restrições relacionadas com o parque gerador e com o sistema como um todo. Incluem-se nestes custos os gastos com os

combustíveis das usinas termelétricas, eventuais compras de energia de sistemas vizinhos e os custos de não atendimento à carga.

Nos dias atuais, os parques geradores são diversificados sob o ponto de vista do tipo de geração de energia elétrica. Alguns sistemas possuem sua geração fortemente ligada a termelétricas enquanto outros em hidrelétricas.

O planejamento da operação do sistema, além de visar a minimização dos custos, também procura controlar os riscos sob os quais o sistema pode estar atrelado. Para os casos de sistemas hidrotérmicos, um dos grandes riscos existentes é o hidrológico. Isto é justificado por não se saber exatamente quais serão os volumes de chuvas de semanas, meses ou até anos a frente do momento em questão. Assim, em sistemas com expressiva geração hidrelétrica, torna-se necessário que o planejamento da operação do sistema seja mais de longo prazo, conforme é descrito a seguir

1.2 Planejamento da Operação Energética

Com relação a um sistema hidrotérmico, este é composto por usinas termelétricas convencionais ou nucleares e usinas hidrelétricas, ligadas a centros de cargas através de um sistema de transmissão:

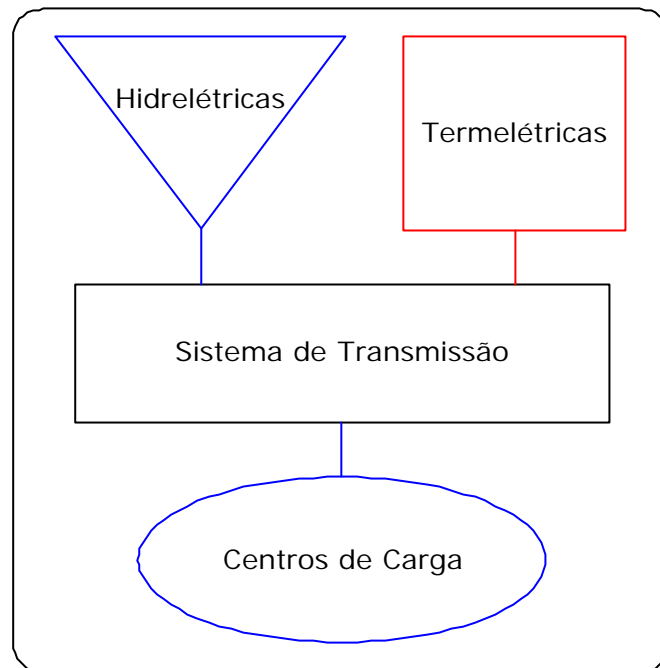


Figura 1.1 – Diagrama Esquemático de um Sistema Hidrotérmico.

Conforme visto, o planejamento da operação energética possui o objetivo de minimizar os custos operativos durante o período em estudo. Ainda, a limitação na disponibilidade de energia elétrica, na forma de volume de água armazenado nos reservatórios, faz com que o problema de gestão dessas reservas torne-se complexo, porque cria uma relação entre as decisões tomadas num estágio qualquer e suas conseqüências futuras.

Estas decisões são determinadas sobre os possíveis deplecionamentos de água nos reservatórios. Assim, caso decida-se por grande geração hidrelétrica num determinado estágio, as conseqüências futuras podem ser satisfatórias, caso venham a ocorrer chuvas, ou insatisfatórias, caso ocorra um período de seca, como mostra a Figura 1.2:

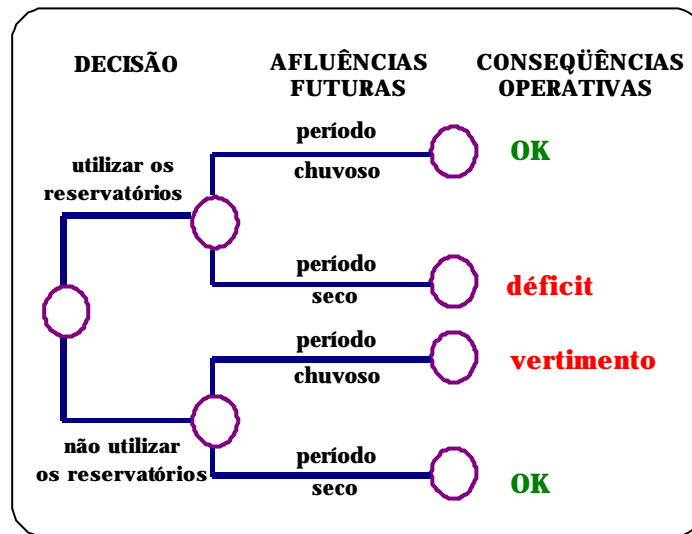


Figura 1.2 – Processo de Decisão para Sistemas Hidrotérmicos.

A existência de várias bacias interligadas e a necessidade de avaliação das conseqüências do uso das reservas nos anos futuros levam ao emprego de um período longo de estudo, caracterizando o planejamento da operação como de grande porte. Além disso, há não-linearidades devido às funções de produção termelétrica e hidrelétrica.

Assim sendo, o planejamento da operação deve abranger um espectro de atividades que vão desde a otimização plurianual dos reservatórios até o despacho das usinas, levando em conta as restrições operativas.

Como os diferentes horizontes de estudos requerem diferentes graus de detalhamento e tipos de análise de desempenho, o planejamento da operação energética é dividido em: estudos de mais longo prazo e planejamento de curto prazo.

O planejamento de mais longo prazo visa determinar as possibilidades de déficit do sistema, valor esperado de gerações termelétricas e hidrelétricas no futuro

(custo futuro), e intercâmbio entre subsistemas. Para tanto, esta etapa do planejamento leva em conta o armazenamento nos reservatórios, a probabilidade de déficits, indisponibilidades duradouras de equipamentos de geração, etc.

No tocante ao curto prazo, o objetivo desta etapa do planejamento é, principalmente, determinar a programação da operação das usinas mediante a desagregação das metas semanais e/ou diárias para cada usina, de forma a atender às restrições operativas das unidades geradoras e do sistema de transmissão.

1.3 Planejamento da Operação Energética de Curto Prazo

Conforme visto, o planejamento de curto prazo visa a utilização dos reservatórios segundo as metas estabelecidas pelo planejamento de longo prazo e determinar a programação da operação das usinas.

A formulação matemática deste problema deve considerar uma modelagem realista das unidades geradoras. Para o caso particular de sistemas hidrotérmicos, com predominância hidrelétrica, requer-se um elevado grau de detalhamento na representação das unidades geradoras hidrelétricas, sobretudo em função destas produzirem maior parte da energia elétrica.

Assim sendo, a modelagem mais detalhada do problema acaba requerendo métodos mais sofisticados de solução deste problema de planejamento de curto prazo. Conforme será visto, a potência de saída do conjunto turbina-gerador é função do rendimento, da altura de queda líquida e da vazão turbinada. Contudo, o rendimento e a altura de queda líquida são descritos por funções não-lineares

das variáveis de controle (vazão turbinada por unidade e vazão de vertimento) e também das variáveis do volume do reservatório (variáveis de estado).

Além das não-linearidades descritas acima, o problema de planejamento de curto prazo possui acoplamentos entre variáveis em suas restrições e algumas variáveis do tipo inteira, conferindo ao problema um alto grau de complexidade.

Para contornar essas dificuldades, propõe-se o uso da técnica de Relaxação Lagrangeana por meio da decomposição do problema original em outros subproblemas menores: (i) de intercâmbio, (ii) termelétrico e (iii) hidrelétrico. Conforme poderá ser observado o primeiro subproblema possui solução trivial. O subproblema termelétrico vem recebendo maior dedicação em seu tratamento [2-14]. Para solução do subproblema hidrelétrico far-se-á uso da relaxação Lagrangeana criando uma nova série de subproblemas: hidráulico e de alocação de unidades geradoras.

1.4 Subproblema de Alocação de Unidades Geradoras

O subproblema de alocação de unidades geradoras, conforme será visto, é de natureza inteira-mista e não-linear, sendo proposta neste trabalho a sua decomposição em um subproblema inteiro e em uma série de subproblemas contínuos, porém não-lineares. Independentemente da abordagem utilizada para solucionar o problema inteiro-misto, é necessário resolver problemas de programação não-linear com restrições.

O objetivo deste trabalho de dissertação de mestrado é contribuir para a solução do subproblema de despachos de unidades geradoras hidrelétricas, utilizando uma modelagem realista deste tipo de unidade geradora e desenvolvendo um modelo

matemático que solucione problemas de programação não-linear com restrições. Para tanto, serão utilizadas metodologias como Lagrangeano Aumentado e Quase-Newton.

Para tanto, nos próximos dois capítulos serão demonstradas as modelagens utilizadas para as unidades geradoras, termelétricas e hidrelétricas, e para o sistema transmissão, além da formulação matemática para o problema de planejamento da operação de curto prazo. Já no Capítulo Quatro, será discutido o uso da Relaxação Lagrangeana para a decomposição do problema original em séries de subproblemas menores. O capítulo seguinte descreve as metodologias de Lagrangeano Aumentado e Quase-Newton. Por fim, o Capítulo Seis traz uma descrição do algoritmo desenvolvido e algumas aplicações deste algoritmo num sistema exemplo baseado no parque gerador brasileiro.

CAPÍTULO 2

MODELAGEM DAS UNIDADES GERADORAS

2.1 Introdução

Os sistemas de energia elétrica (SEE), em sua maioria, possuem dois tipos de geração: termelétrica e hidrelétrica. Em sistemas de geração hidrotérmicos, com predominância hidrelétrica, é necessário definir, a cada estágio de tempo, a complementação termelétrica e os níveis de intercâmbios entre submercados de energia de modo a atender a demanda de forma mais econômica possível. Neste caso, além das contingências dos equipamentos de geração e transmissão, o sistema fica sujeito também à aleatoriedade das afluições nas usinas hidrelétricas.

Para tentar contornar o risco hidrológico e, conseqüentemente, operar o sistema de forma mais econômica possível, sem uso desnecessário de unidades termelétricas, ou ainda, sem causar déficit ao sistema, se faz imprescindível estudos de planejamento da operação. Com estes estudos, tem-se por objetivo definir como serão utilizados os geradores do sistema, ou seja, determinar quais unidades geradoras estarão em funcionamento, por quanto tempo e os respectivos níveis de geração.

Na verdade, estes estudos são feitos por meio de análises de desempenho que se utilizam de simulações, avaliando o impacto de uma decisão, num determinado

estágio (deplecionamento dos reservatórios), sobre os estágios futuros do horizonte do planejamento. Essas análises visam determinar o uso otimizado da água, ou seja, idealmente, operar o sistema de forma mais eficiente possível.

A operação energética visa definir então como devem ser utilizados os recursos disponíveis para a geração de energia elétrica. Neste caso, é necessário realizar estudos que determinam o impacto em estágios futuros da decisão tomada em um determinado estágio. A forma de impacto aqui associado é o custo futuro de operação resultante de uma decisão (uso de água). Como os reservatórios possuem regularização peculiar ao tipo de construção (capacidade do reservatório) e as condições climáticas da região¹, o horizonte de planejamento deve ser suficiente tal que abranja as diversas variações de armazenamento dos reservatórios de um sistema de geração.

Devido à complexidade do processo de planejamento, esta atividade é realizada com base em uma cadeia de modelos onde, basicamente, o problema original é subdividido em uma série de subproblemas mais simples de serem tratados.

O planejamento da operação divide-se basicamente em duas etapas: planejamento de longo prazo e de curto prazo. A etapa de longo prazo visa determinar, para discretizações mensais, o volume de água para cada usina que deve ser utilizado em cada estágio do horizonte de planejamento. Por sua vez, a etapa de curto prazo utiliza

informações da função de custo futuro (associado ao uso da água) definida pelo planejamento de longo prazo e, para discretizações menores ao de longo prazo, determina os níveis de geração das unidades geradoras.

¹ As condições climáticas dizem respeito, no caso brasileiro, ao comportamento das chuvas de uma determinada região.

Este capítulo tem por objetivo discutir o problema do planejamento da operação de curto prazo onde, conforme será visto, é de fundamental importância uma representação detalhada dos elementos do sistema, principalmente as unidades geradoras. Neste problema, a modelagem das unidades deve considerar a maneira pela qual elas produzem energia elétrica a partir das respectivas fontes de energia disponíveis na natureza. Dois aspectos são importantes nessa representação: a função de produção das unidades geradoras e as restrições operativas associadas às mesmas. Além disso, é a partir da função de produção que se torna possível estabelecer os custos operativos de uma unidade geradora. Em se tratando de sistemas hidrotérmicos, com predominância de recursos hidráulicos, maior atenção será dada para esta fonte de geração, evidenciando de forma detalhada as leis que regem o seu comportamento físico.

2.2 O Problema do Planejamento da Operação de Curto Prazo

Este trabalho é direcionado ao planejamento da operação de curto prazo. Neste problema o objetivo principal é estabelecer um nível de geração tal que os gastos associados com o uso das unidades geradoras, no horizonte de interesse, somado ao custo futuro resultante dessa decisão, sejam os menores possíveis. Para tanto, é necessário determinar quais unidades geradoras devem estar operando bem como seus respectivos níveis de geração, ao longo de todo o horizonte, caracterizando um problema aqui definido como Alocação de Unidades Geradoras.

Intuitivamente, os componentes deste problema (parque gerador e sistema de transmissão) possuem características peculiares. Na literatura estas características têm sido modeladas de forma diversa e, à medida que a modelagem tende a ser mais

detalhada, o problema torna-se mais difícil de solução, que, por sua vez, exige ao uso de complexos modelos matemáticos.

No tocante a sistemas hidrotérmicos, onde a predominância do recurso utilizado é a água, especial atenção deve ser dada a esta fonte de geração. Assim, o uso deste tipo de recurso deve ser otimizado exigindo uma modelagem realista das unidades geradoras hidrelétricas.

2.3 Modelagem das Unidades Geradoras

2.3.1 Unidades Hidrelétricas

Num sistema hidrotérmico, com predominância hidrelétrica de fonte de geração, as unidades desta natureza formam um papel importante no problema e merecem uma modelagem mais realista, como mencionado anteriormente. A função de produção de uma unidade de geração hidrelétrica depende do comportamento físico da turbina hidráulica, a qual transforma a energia potencial associada ao volume de água no reservatório em energia cinética, e do gerador, responsável pela transformação da energia mecânica (cinética) em energia elétrica.

Este processo de aproveitamento hidráulico pode ser visto de forma simplificada como a transformação da energia potencial gravitacional (associada ao volume de água no reservatório) em energia elétrica através das unidades geradoras. A água é captada em uma certa cota (montante), conduzida pelo interior da turbina e é descarregada em uma cota inferior à primeira (jusante), como mostra a Figura 2.1.

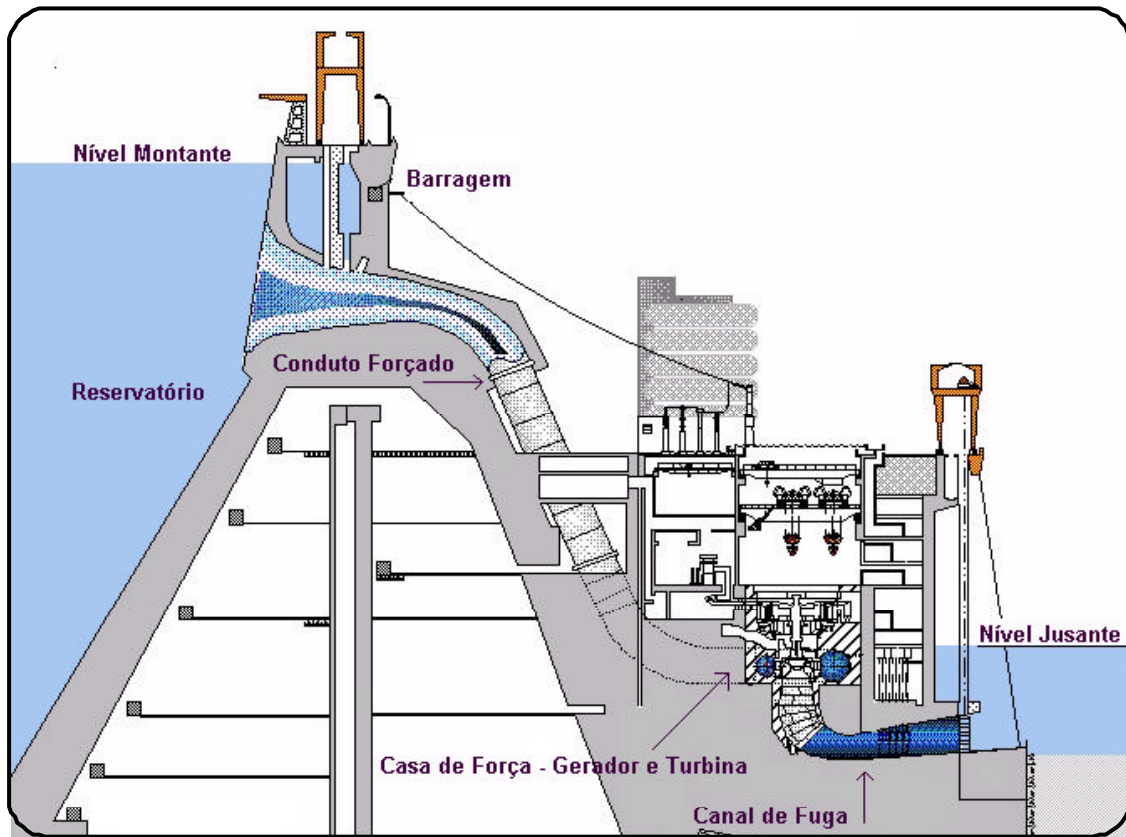


Figura 2.1 – Usina Hidrelétrica.

O processo de geração hidrelétrica de energia pode ser descrito matematicamente por (considerando uma única usina hidrelétrica):

$$E_j = Ep_j h t_j h g_j \quad (2.1)$$

onde:

E_j é a energia elétrica produzida pelo j -ésimo gerador da usina ao longo de um período D ;

Ep_j é a energia potencial da massa d'água que é utilizada para acionar a turbina acoplada ao j -ésimo gerador durante o período D ;

ht_j é o rendimento médio da j -ésima turbina acoplada ao j -ésimo gerador ao longo do período Dt ;

hg_j É o rendimento médio do j -ésimo gerador ao longo do período Dt .

Considerando que a energia potencial gravitacional é expressa pelo produto da massa da água², pela aceleração da gravidade e pela altura de queda líquida média em Dt na qual a turbina está submetida, hl_j , a Equação (2.1) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$E_j = \left[\left(s_{esp} \cdot q_j \cdot \Delta t \right) \cdot g \cdot hl_j \right] \cdot ht_j \cdot hg_j \quad (2.2)$$

onde:

s_{esp} é a massa específica da água;

q_j é a vazão turbinada média pela j -ésima turbina durante o período Dt ;

g é a aceleração da gravidade;

Δt é o período de tempo considerado;

hl_j é a altura de queda líquida média que a j -ésima turbina está submetida durante o intervalo de tempo considerado Dt , definida mais adiante.

² A massa da água (kg), a qual passa na j -ésima turbina, é obtida através da multiplicação da massa específica da água (kg/m³), pelo volume associado (m³), sendo este último determinado pelo produto da vazão turbinada na j -ésima unidade e o período de tempo considerado.

A Equação (2.2) traduz o processo de transformação da energia elétrica obtida a partir da energia potencial gravitacional. Mas, o interesse é expressar a potência elétrica de saída para um conjunto turbina-gerador. Assim, sendo potência definida como a derivada da energia em relação ao tempo ($P = dE / dt$), tem-se:

$$P_j = G h t_j h g_j h l_j q_j \quad (2.3)$$

onde:

P_j é a potência ativa (média) produzida pelo j -ésimo conjunto turbina-gerador em MW;

G é uma constante com valor de $9,81 \cdot 10^{-3}$, dada em $\text{kg/m}^2\text{s}^2$.

Em relação à Equação (2.3), para que a potência seja dada em MW³, a altura de queda líquida é fornecida em metros, a vazão turbinada em m³/s, a aceleração da gravidade é de 9,81 m/s² e o valor da massa específica da água é igual a 10³ kg/m³. A constante 10⁻³, em G , resulta do produto entre a massa específica da água e uma outra constante com valor de 10⁻⁶, com a finalidade de converter a potência de saída de W para MW.

De acordo com (2.3), pode-se notar que a potência elétrica de saída no j -ésimo conjunto turbina-gerador é função da altura de queda líquida, rendimento da turbina, e do gerador, como também, da vazão turbinada na j -ésima turbina.

Para melhor compreender a influência da queda líquida na geração da energia elétrica, é importante lembrar como se representa um aproveitamento elétrico nos modelos de planejamento. Em estudos de operação energética, as variáveis que

³ Todas as unidades devem estar no sistema internacional de unidades.

regem o aproveitamento hidráulico relacionam-se pela equação de conservação da água⁴:

$$v_f = v_0 + (y - Q - s)\Delta t \quad (2.4)$$

onde:

v_f, v_0 representam os volumes final e inicial, respectivamente;

y é a vazão natural afluyente⁵ média ao reservatório durante o período Δt ;

Q é a vazão turbinada média na usina durante o período Δt ;

s é a vazão vertida na usina durante o período Δt .

Pode-se notar que a Equação (2.4) relaciona os volumes do j -ésimo reservatório em dois períodos. Isto é importante porque a altura de queda líquida é função das cotas de montante e jusante da usina.

A cota de montante é função não-linear do volume do reservatório no início e fim de Δt . Por sua vez a cota de jusante é função não-linear da vazão total turbina na usina, Q , e também da vazão vertida⁶, s , ao longo do mesmo período Δt . Desta forma, pode-se definir a altura de queda líquida, para um intervalo de tempo Δt , matematicamente da seguinte maneira:

⁴ Por simplificação, não são considerados nesta equação os efeitos da evaporação e da infiltração da água.

⁵ A vazão natural afluyente é aquela derivada da chuva ou de rios afluentes ao aproveitamento hidráulico em uso, desconsiderando toda vazão que possa vir das usinas a montante.

⁶ Existem casos onde a cota de jusante independe de s .

$$hl_j = fcm(v_0, v_f) - fcj(Q, s) - pl_j(Q, q_j) \quad (2.5)$$

onde:

hl_j representa a altura de queda líquida do j -ésimo conjunto turbina-gerador durante o intervalo de tempo Δt , em metros;

$fcm(\cdot)$ é a função de cota de montante da usina. Esta função expressa a relação entre a cota de montante e o volume de água armazenado no reservatório, no período Δt ;

$fcj(\cdot)$ é a função de cota de jusante. Esta função relaciona o valor da cota de jusante com a vazão turbinada mais a vazão de vertimento da usina durante o período Δt ;

pl_j Representa as perdas hidráulicas existentes no percurso da água durante o processo de geração de energia elétrica. Estas perdas, além de serem função da vazão turbinada de cada unidade (q_j), também podem ser função da vazão total⁷.

No tocante às funções de cota, as mesmas são geralmente representadas por polinômios de quarta ordem [18]. Para o caso de cota a montante, esta função relaciona o volume armazenado no j -ésimo reservatório:

$$fcm(v) = a_0 + a_1 v + a_2 v^2 + a_3 v^3 + a_4 v^4 \quad (2.6)$$

onde a_0, \dots, a_4 são os coeficientes do polinômio que representa a cota de montante do reservatório.

⁷ Isto ocorre quando existe conduto forçado comum entre as unidades geradoras da usina.

Da mesma forma, a função de cota de jusante relaciona a vazão turbinada total da usina mais a vazão vertida, ou seja, a chamada vazão defluente d (soma de Q e s):

$$fcj(d) = b_0 + b_1d + b_2d^2 + b_3d^3 + b_4d^4 \quad (2.7)$$

onde b_0, \dots, b_4 são os coeficientes do polinômio que representa a cota de jusante do reservatório

É relevante salientar que, para usinas com reservatórios de grande regularização, a variação da cota de montante não é significativa para horizontes de planejamento de curta duração, como é o caso da alocação de unidades geradoras. O volume v utilizado na função de cota de montante pode ser expresso por:

$$v = \frac{v_0 + v_f}{2} \quad (2.8)$$

Com relação à função de cota de jusante é importante salientar que a dependência da potência de saída de uma unidade em relação à mesma ocorre em unidades equipadas com turbinas de reação. Uma turbina de reação é aquela que transforma a energia cinética e da pressão d'água em energia elétrica. Este tipo de turbina tem como característica operativa o funcionamento com o canal de fuga afogado e a alteração do nível de jusante afeta diretamente a altura de queda líquida da unidade [18]. As turbinas de reação são do tipo Francis e de hélices (Kaplan).

Além das turbinas de reação, existem também as denominadas turbinas de ação. Estas utilizam somente a energia cinética para a geração de energia elétrica e,

portanto, não sofrendo efeito de alguma alteração do nível de jusante. Estas turbinas são do tipo Pelton⁸.

Outro aspecto importante é a existência de usinas cuja cota de jusante não depende da vazão vertida. Isto acontece em usinas nas quais o vertedouro entrega o volume vertido suficientemente longe do canal de fuga, ou mesmo em outro vale, não influenciando assim a cota de jusante.

Por último, a Equação (2.5) também relaciona a altura de queda líquida com as perdas hidráulicas, pl_j , existentes no processo de geração de energia elétrica. Estas perdas são oriundas do atrito da água durante o escoamento entre as cotas montante e jusante. Em estudos de operação energética consegue-se uma boa aproximação assumindo que tais perdas se restringem àquelas relacionadas com as perdas nos condutos forçados.

Existem várias maneiras de se calcular as perdas hidráulicas relacionadas aos condutos forçados (Formulação Universal, Diagrama de Moody, etc.) [15-18], destacando-se o modelo de Hazen-Williams [17-18]. Esta formulação é baseada em métodos experimentais e empíricos e seu uso é bastante antigo (1903):

$$pl_j = 10,643q_j^{1,85} I_{wl}^{-1,85} D^{-4,87} L \quad (2.9)$$

onde:

⁸ As turbinas do tipo Pelton são utilizadas em aproveitamentos cuja queda é superior a 600 m. No Brasil, especificamente, existem poucas localidades que oferecem a possibilidade de implantação de usinas com este tipo de turbina, justamente pelo fato de haver aproveitamento com quedas suficientemente altas.

pl_j é a perda hidráulica na j -ésima unidade geradoras, em metros (perda de altura de queda líquida);

I_{wl} é o coeficiente de Hazen-Willians (tabelado);

D é o diâmetro do tubo (conduto), em metros;

L é o comprimento do tubo, em metros.

Em estudos de operação energética, utiliza-se uma aproximação da expressão acima assumindo que as perdas hidráulicas são proporcionais ao quadrado da vazão turbinada na unidade geradora e/ou na usina. Desta forma, as perdas hidráulicas de uma unidade são dadas por:

$$pl_j = k_{usina}Q^2 + k_jq_j^2 \quad (2.10)$$

onde:

k_{usina} é uma constante do conduto forçado da usina (conduto comum entre unidades), dado em s^2/m^5 ;

k_j é a constante característica do conduto forçado da j -ésima unidade geradora, expresso em s^2/m^5 .

Estes parâmetros acima são peculiares aos aspectos construtivos do conduto forçado da unidade.

Ainda segundo a Equação (2.3), a função de produção de uma unidade hidrelétrica, além da altura de queda líquida hl_j e da vazão turbinada q_j , também está relacionada com o rendimento do grupo turbina-gerador $\eta_j \times \eta_{g_j}$.

Considerando que o horizonte de estudo do problema de planejamento da operação de curto prazo, modelagens realistas dos comportamentos dos rendimentos da turbina e do gerador tornam-se importantes uma vez que, uma representação detalhada destas variáveis pode proporcionar um despacho otimizado, além de evitar efeitos operativos indesejáveis (baixo rendimento, cavitação, operação fora de zonas permitidas, entre outras).

Realizar uma modelagem com tal grau de profundidade, em relação ao rendimento do conjunto turbina-gerador, é uma tarefa intrincada e presente na função de produção de cada unidade hidrelétrica. Inevitavelmente, uma representação como esta precisa considerar o inter-relacionamento existente entre a altura de queda líquida e a vazão turbinada em uma unidade.

O comportamento de uma turbina, que depende da altura de queda líquida e vazão turbinada, é bastante complexo e normalmente expresso por meio de curvas de desempenho chamadas curvas-colina (em inglês, *Hill Diagrams*), Figura 2.2.

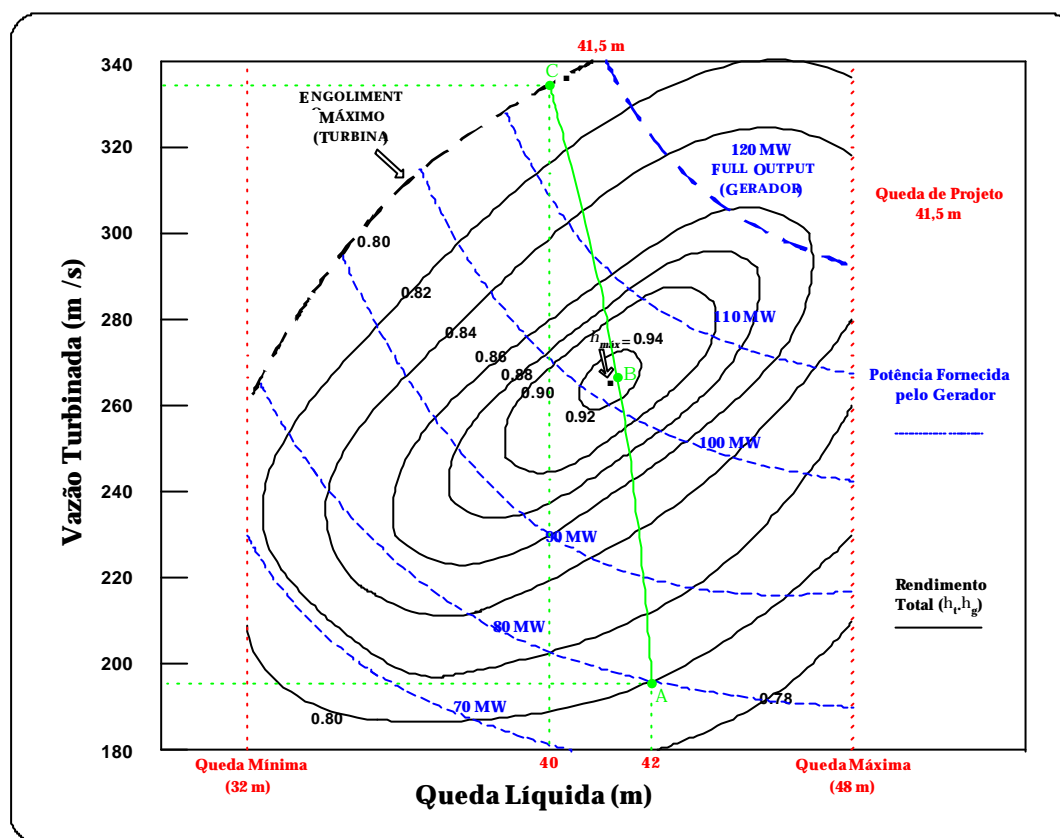


Figura 2.2 – Curva-Colina – Exemplo Ilustrativo.

Nos eixos horizontal e vertical estão relacionadas a altura de queda líquida e a vazão turbinada, respectivamente. Em forma de curvas de nível estão apresentados os rendimentos do grupo gerador e, em linhas tracejadas, a potência fornecida pelo gerador em relação a um ponto de operação.

Toda unidade geradora é projetada para operar com um engolimento (vazão turbinada) nominal, q_j^{nom} , e uma altura de queda líquida nominal (queda de projeto), hl_j^{nom} , uma vez que nestas condições seu rendimento será máximo. Essas condições operativas denominam o chamado ponto de projeto (ponto B na Figura 2.2). Qualquer outro tipo de combinação (vazão turbinada e altura de queda líquida) resulta em um ponto diferente ao de projeto, e por conseqüente, um rendimento inferior ao valor máximo.

É relevante salientar, na Figura 2.2, alguns aspectos restritivos de uma unidade geradora. Toda turbina possui limites superior e inferior de engolimento (vazão turbinada), causados por limitações mecânicas. Além disso, o gerador também possui limites de potência fixados, ditados pela capacidade nominal dos enrolamentos de armadura. Em suma, existem pontos de operação (valores de potência) que não podem ser ultrapassados por razões construtivas do grupo, bem como considerações de regime de funcionamento do gerador.

Para melhor entender a Figura 2.2, considere que a turbina esteja operando com uma altura de queda líquida de 42 m, admitindo neste instante uma vazão em torno de 198 m³/s (Ponto A). Nestas condições de altura de queda e vazão, segundo a curva-colina, o rendimento da unidade encontra-se em 80%. Ainda, pode-se observar também pelo diagrama da Figura 2.2, que a potência entregue pelo gerador é de 80 MW.

Caso se deseje aumentar a potência de saída do grupo gerador, faz-se necessário elevar a vazão turbinada (força primária), aumentando portanto o engolimento na turbina. Considere que a unidade deva ser utilizada até sua potência máxima possível, ou seja, a mesma irá partir do ponto A inicial, até o ponto C. Pode-se observar nesta trajetória (ABC) que, ao incrementar-se a vazão turbinada, partindo do ponto A em direção o ponto C, a potência de saída do gerador é sempre crescente.

A curvatura apresentada pela Figura 2.2 é devida à interdependência da altura de queda líquida e a potência de saída gerada, uma vez que um aumento da vazão turbinada causa uma redução da altura de queda líquida, consequência da elevação do nível de jusante e das perdas hidráulicas⁹.

⁹ Como mencionado anteriormente, o nível de cota a jusante e as perdas hidráulicas são funções não-lineares da vazão turbinada na j -ésima unidade geradora.

Ainda em relação ao comportamento da curva-colina, Figura 2.2, percebe-se que, segundo a trajetória ABC, a turbina não consegue fornecer potência máxima ao gerador (120 MW) devido a limitações de engolimento para a queda líquida em que a turbina defronta-se no ponto C.

Para entender melhor esta interdependência da vazão turbina e altura de queda líquida, a Figura 2.3 procura ilustrar o comportamento da potência de saída para diferentes valores de altura de queda:

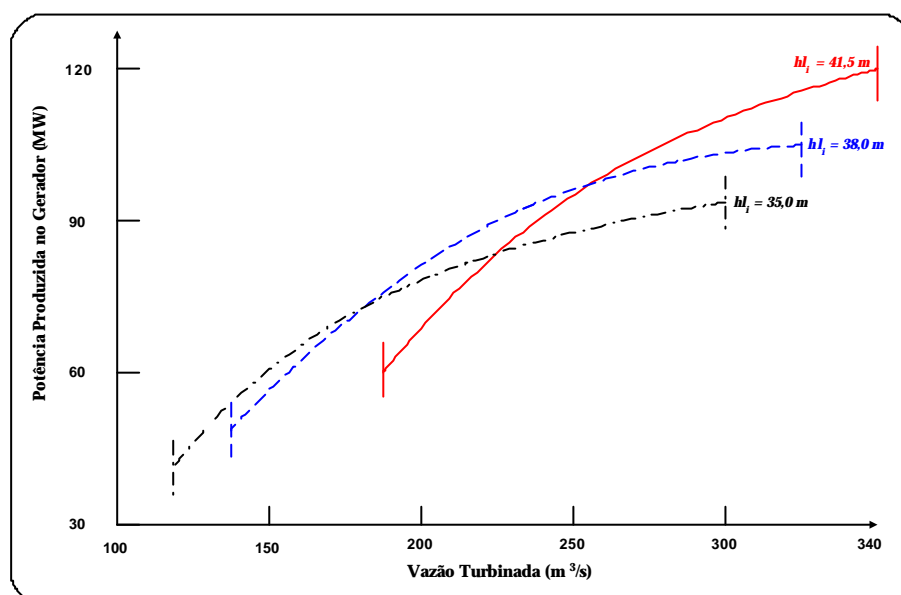


Figura 2.3– Curva de Potência Produzida no Gerador para Diferentes Alturas de Queda Líquida

Para estudos de planejamento da operação de curto prazo é necessário descrever a curva-colina de cada grupo gerador por uma função matemática que modele o comportamento do rendimento deste grupo, relacionando a altura de queda líquida e a vazão turbinada na unidade. Usualmente, boas aproximações podem ser obtidas utilizando modelos quadráticos para a representação do rendimento, da seguinte forma:

$$h_j(q_j, hl_j) = r_{0j} + r_{1j}q_j + r_{2j}hl_j + r_{3j}hl_jq_j + r_{4j}q_j^2 + r_{5j}hl_j^2 \quad (2.11)$$

onde:

$\rho_{0j}, \dots, \rho_{5j}$ são coeficientes (particulares de cada unidade) de eficiência que devem ser estimados de antemão. Isso pode ser feito por meio de técnica de Regressão Não-Linear Multivariável [19], a partir de pontos retirados da curva-colina da j -ésima unidade geradora;

A curva-colina, conforme foi visto anteriormente, demonstra o comportamento do rendimento de uma unidade geradora segundo um ponto de operação (vazão turbinada \times altura de queda líquida) e que matematicamente pode ser modelada segundo a Equação (2.11). Porém, existem alguns aspectos relevantes a serem salientados. Além da redução de rendimento de uma turbina, causado pela variação de queda líquida e da descarga (vazão turbinada), deve-se atentar para o fato que uma diminuição (ou até mesmo elevação) na descarga, além de certos limites, pode conduzir à ocorrência do fenômeno da cavitação e, em certos casos, vibrações mecânicas de graves conseqüências na turbina. Associados a esses fatores estão as chamadas zonas proibidas de geração, nas quais a turbina não pode ser operada devido ao funcionamento da mesma.

O fenômeno da cavitação [20] é basicamente entendido como a seqüência de eventos de formação de bolhas de vapor, ou pacotes de vapor, com seu desenvolvimento posterior, implosão ou explosão, tendo como origem a queda de pressão associada a pequenos núcleos existentes nos líquidos. Normalmente a cavitação produz resultados agressivos como a erosão de contornos sólidos, vibrações e ruídos excessivos, diminuição da eficiência de turbinas hidráulicas e queda de potência.

Assim, nota-se a existência de zonas proibidas pelo fabricante de uma turbina nas quais ocorre o fenômeno da cavitação. Usualmente, essas zonas são expressas sobre a curva-colina de uma unidade geradora, como mostrado na Figura 2.4.

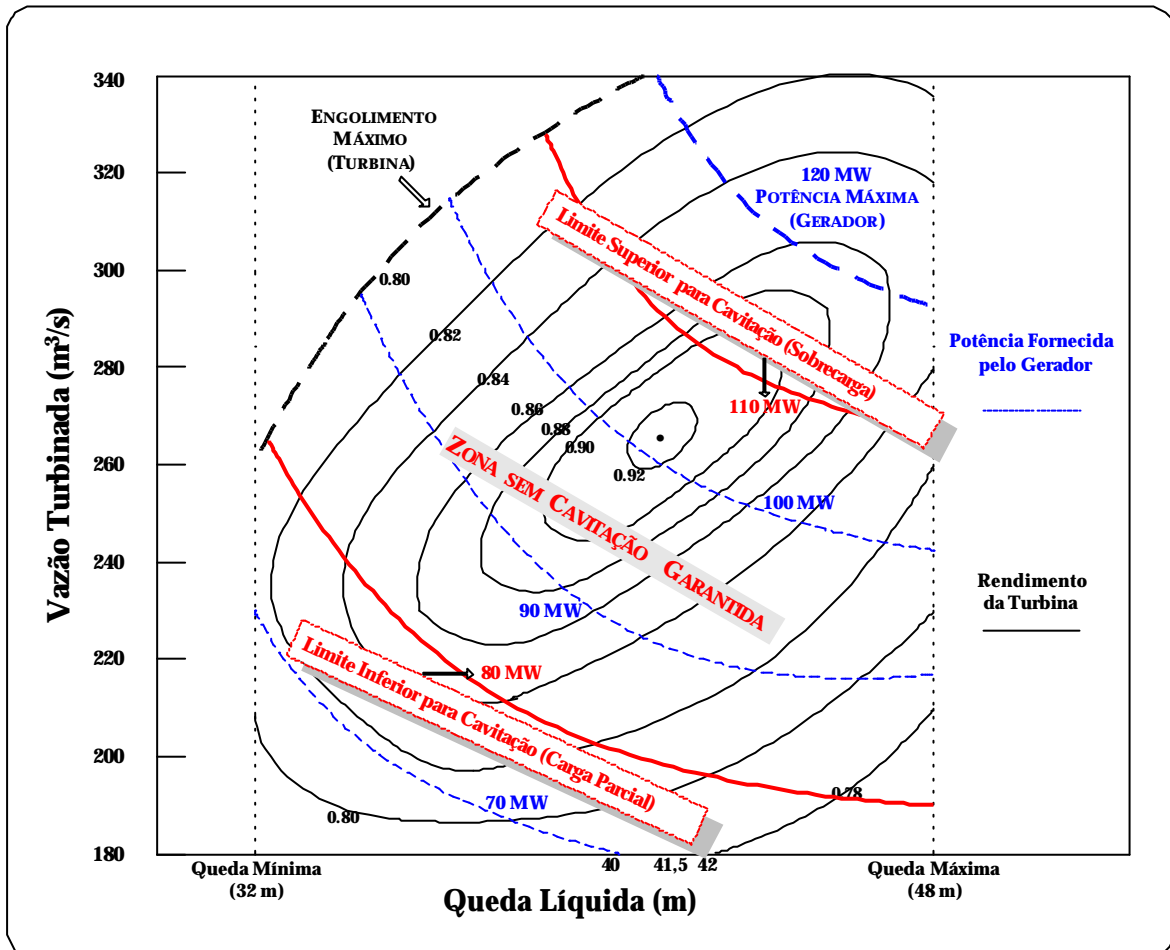


Figura 2.4 – Zonas de Cavitação em Turbinas Hidráulicas – Exemplo Ilustrativo.

2.3.2 Unidades Termelétricas

As unidades termelétricas podem ser classificadas, basicamente, em dois grandes grupos:

- i. as convencionais, as quais utilizam elementos fosseis como combustível, tais como carvão, óleo combustível, gás natural, etc.;
- ii. as nucleares, que usam materiais físeis, como o urânio e o plutônio, os quais liberam energia calorífica por meio da fissão nuclear.

Não obstante a diversidade dos combustíveis utilizados, as unidades termelétricas possuem um funcionamento básico onde, gerado o calor, utilizam o vapor d'água saturado¹⁰ como força primária de acionamento de uma turbina. Desta forma, é possível fazer uma representação esquemática das unidades que utilizam a queima de matéria prima para a obtenção do vapor, conforme mostra a Figura 2.5.

O funcionamento de um gerador termelétrico é baseado, então, na produção de vapor d'água em uma caldeira de vapor do tipo aquotubular¹¹, utilizando o calor gerado pela queima do combustível. Este vapor d'água, quando saturado, é utilizado como fonte de energia mecânica para a turbina, a qual está conectada a um gerador.

¹⁰ Quando a água se evapora de um vaso aberto, algumas das moléculas do vapor se chocam com moléculas do ar, recuam, e tornam a entrar no líquido. O ar se comporta, portanto, como uma cobertura que se opõe à evaporação e a retarda. Quando tampa-se o vaso, o vapor se acumulará no espaço acima do líquido. O número de moléculas que voltam para o líquido, isto é, que se condensam, aumentará até que as moléculas se condensem na mesma proporção das que se evaporem. Assim a quantidade de vapor será constante, ou seja, o vapor fica saturado.

¹¹ Existem dois tipos de caldeiras de vapor: flamotubular e aquotubular. A primeira é utilizada em pequenas instalações, já a segunda para geração de energia elétrica.

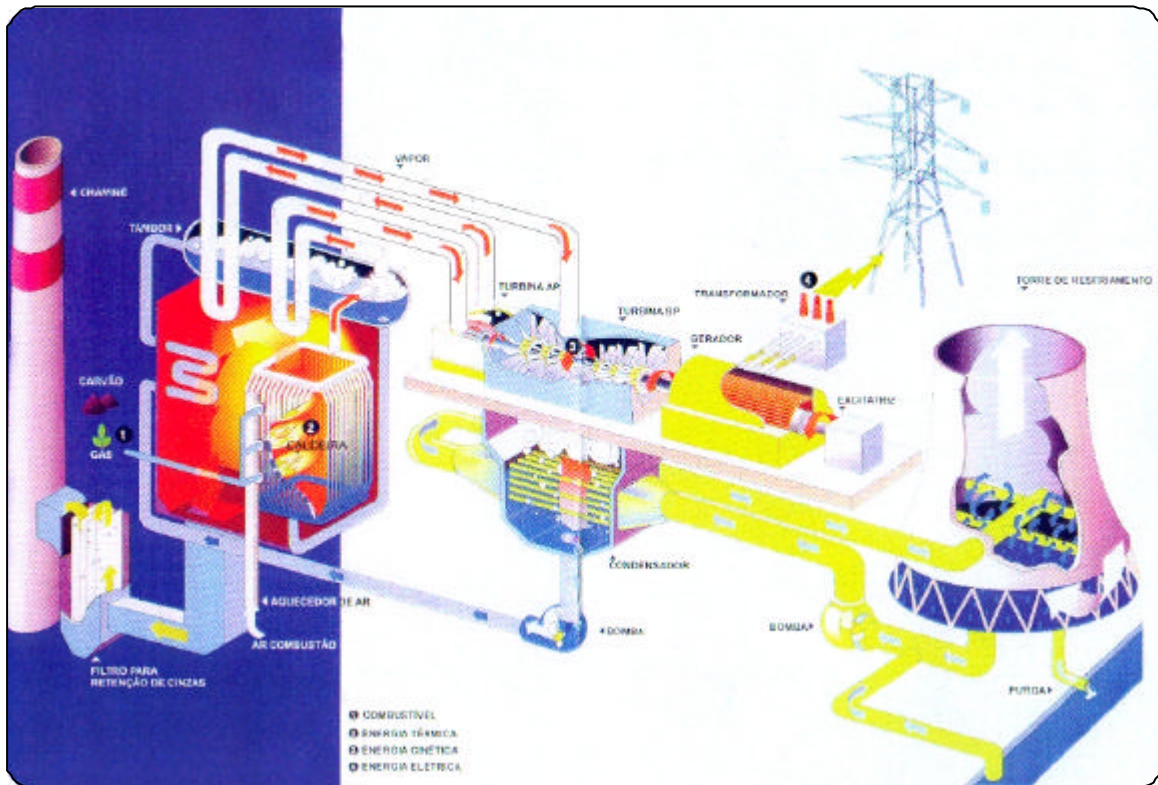


Figura 2.5 – Configuração Esquemática Típica da Geração de Energia com Turbina a Vapor.

Em uma rápida análise da Figura 2.5 acima, percebe-se que o que origina o custo de produção de uma unidade termelétrica é, basicamente, o custo do combustível. Uma unidade desta natureza gasta combustível para mantê-la em operação nominal, mas também durante o processo de partida e parada. Estes custos estão relacionados com a temperatura da caldeira de vapor. Conforme será visto no próximo capítulo, a partida ou desligamento de uma unidade está relacionada com as condições de temperatura e pressão da caldeira.

Como consequência, deve-se então definir o custo de produção de energia de uma unidade termelétrica associado ao seu consumo incremental, ou seja, a taxa de aumento do custo de operação em função de um incremento no seu nível de geração.

Uma curva típica de entrada e saída, na qual pode ser observado a função de produção uma termelétrica, é apresentada na Figura 2.6.

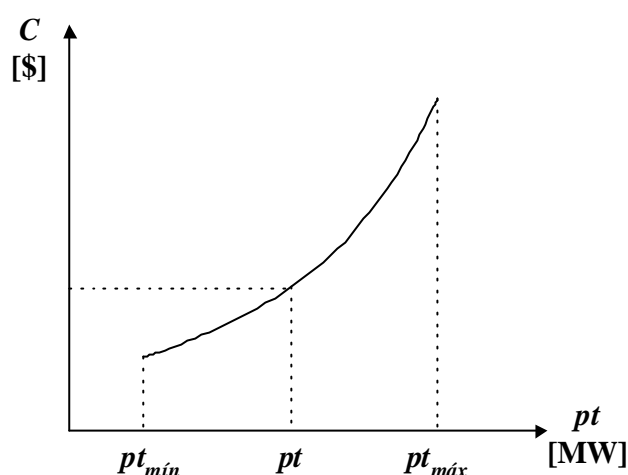


Figura 2.6 – Curva Típica de Entrada e Saída de uma Termelétrica.

Em geral, a função de produção de uma termelétrica i , C_i , é modelada por meio de uma função quadrática convexa, crescente com o respectivo nível de geração, pt_i , da seguinte forma:

$$C_i(pt_i) = \underline{a}_{0i} + \underline{a}_{1i} pt_i + \underline{a}_{2i} pt_i^2 \quad (2.12)$$

onde \underline{a}_{ei} , com $e=0, 1$, e 2 , são os coeficientes da função, os quais dependem das características operativas da i -ésima unidade termelétrica.

O nível mínimo de geração, mostrado na Figura 2.6, de uma unidade termelétrica, que usualmente é utilizado em estudos de planejamento e operação energética, pode estar relacionado a uma série de fatores, tais como:

- i. características físicas das unidades, tais como a manutenção da estabilidade do ciclo termodinâmico ou do consumo de combustível secundário nas usinas a carvão;
- ii. problema de estabilidade na rede elétrica;
- iii. usinas a carvão e a gás natural geralmente tem um consumo mínimo de combustível contratado com seu fornecedor.

Além da função de produção de uma unidade termelétrica, definida anteriormente como aquele resultante da operação dentro dos limites operativos de geração de energia, existe também outra característica importante (principalmente as usinas que utilizam combustíveis fósseis) relacionada à partida de uma unidade geradora. Este custo está relacionado com a temperatura da caldeira, a qual necessita de um determinado tempo para produzir vapor saturado o suficiente para o início da produção de energia elétrica. Na prática assume-se que a caldeira se resfria a uma taxa inversamente proporcional à respectiva constante de resfriamento.

Deste modo, matematicamente, o custo de partida da i -ésima unidade geradora termelétrica, sct_i , pode ser aproximado pela seguinte função exponencial [21]:

$$sct_i = \left[\underline{b}_{i1} \left(1 - e^{\frac{-t}{\omega_i}} \right) + \underline{b}_{i2} \right] \quad (2.13)$$

onde:

ω é a constante de resfriamento da termelétrica i ;

\underline{b}_{i1} representa o custo de partida fria da termelétrica i ;

\underline{b}_i representa um custo fixo da termelétrica i ;

t é o tempo total decorrido desde que a caldeira tem sido resfriada.

Portanto, conforme as equações (2.12) e (2.13), o custo total de operação de uma termelétrica, tipicamente inclui custo de combustíveis associados ao processo de partida e de operação nominal da unidade.

Como consequência dos fatores ligados à natureza termodinâmica do processo, a operação de uma unidade termelétrica, e, portanto, a determinação dos custos resultantes associados, constituem tarefas um tanto complexas a serem realizadas devido à uma série de restrições não-triviais que devem ser tratadas adequadamente. Exemplificando, uma termelétrica requer equipes para operá-la quando precisam ser ligadas ou desligadas. Adicionalmente, uma termelétrica deve ser submetida sempre a variações graduais de temperaturas. Isso se traduz em restrições operativas à operação ao longo de um determinado espaço de tempo. Essas condições operativas são modeladas matematicamente pelas restrições de rampa e de mínimos tempos de partida e parada (em inglês: *uptime*, *downtime*).

As restrições de rampa, ainda não definidas até aqui, basicamente aparecem em três casos: restrições de rampa sob condição operativa normal, restrições de rampa na partida e restrições de rampa quando uma unidade é desligada [21]. O primeiro tipo limita a capacidade de variação de geração entre dois períodos em que uma termelétrica esteja operando entre seus limites operativos nominais. As demais forçam que a potência de saída siga uma trajetória pré-definida durante alguns períodos de tempo, após iniciado o processo de partida ou de parada da unidade. As

restrições de rampa, bem como as restrições relacionadas com os tempos mínimos de partida e parada das usinas termelétricas serão detalhadas no próximo capítulo.

2.4 Conclusões

Neste capítulo foram abordados os principais aspectos físicos e matemáticos relativos a modelagem das unidades geradoras, com o intuito de representar de forma satisfatória esses recursos energéticos nos mais diversos modelos de planejamento de operação energética.

A representação utilizada, cujo modelo de interesse é o do planejamento da operação de curto prazo, procura tratar as unidades geradoras hidrelétricas de forma detalhada, condizente a um sistema de predominância hidrelétrica, considerando o rendimento de cada unidade como função da vazão turbinada e da altura de queda líquida, efeitos não-lineares da cota de jusante, das perdas hidráulicas na usina e nas unidades individualmente e, ainda, a existência de múltiplos estágios operativos resultante das zonas proibidas de geração.

Com relação às unidades termelétricas, foi salientada a representação dos custos operativos associados à partida e operação, bem como restrições de rampa relacionadas com os processos de partida, desligamento e operação nominal das unidades. Tal modelagem requer, portanto, um sofisticado arcabouço matemático, no sentido de encontrar uma solução de qualidade para um modelo dessa natureza.

Conforme descrito no capítulo anterior, esse trabalho está direcionado para a aplicação de programação não-linear no problema de alocação de unidades geradoras hidrelétricas. Esse problema pode aparecer de diversas maneiras, sendo estritamente relacionado com a operação física e arranjo de mercado na qual um sistema de energia elétrica está inserido. Deste modo, o próximo capítulo tem como função

definir o problema de alocação bem como onde a programação não-linear faz-se necessária.

CAPÍTULO 3

FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO DE CURTO PRAZO

3.1 Introdução

Este capítulo tem como foco a formulação matemática do problema de planejamento da operação de curto prazo. Ênfase especial é dada às restrições ligadas ao sistema hidrelétrico, visto que um subproblema associado a esse sistema é o interesse principal deste trabalho. Todavia, um bom nível de detalhe é dado também ao sistema termelétrico. Uma vez descritas as restrições, este capítulo apresenta a formulação final do planejamento da operação de curto prazo, por meio da apresentação de outro grupo de restrições ligadas à operação do sistema, bem como da função objetivo do mesmo.

3.2 Restrições Ligadas ao Sistema Hidrelétrico

As usinas hidrelétricas são geralmente construídas em cascata para poderem melhor utilizar os recursos existentes em um rio ou bacia hidrográfica. Este acoplamento hidráulico faz com que restrições adicionais àquelas que compõem a operação do reservatório e das unidades geradoras sejam incluídas no problema. Essas restrições estão ligadas a dois aspectos básicos:

- i. acoplamento espacial criado pelos vínculos hidráulicos em uma cascata;

- ii. acoplamento temporal criado quando deseja-se operar o sistema a mínimo custo operativo.

De forma mais específica, a operação de um conjunto de aproveitamentos hidráulicos deve obedecer ao princípio da conservação da massa, ou seja, o volume de água que afluí a um reservatório, em um período qualquer, deve ser igual à soma dos volumes de água utilizados pela usina, seja por turbinamento ou vertimento¹, mais a variação do nível deste reservatório.

Desta forma, esse princípio é representado em problema de planeamento da operação energética pela seguinte equação:

$$v_{r,t+1} + Q_{rt} + s_{rt} - \sum_{m \in \mathfrak{R}_+^{(r)}} \left(Q_{m,t-t_{mr}} + s_{m,t-t_{mr}} \right) - v_{rt} = y_{rt} \quad \begin{matrix} r = 1, R \\ t = 1, T \end{matrix} \quad (3.1)$$

onde:

t é o índice associado aos estágios do problema;

T é o número total de estágios do problema;

r é o índice dos reservatórios do sistema;

R é o número total de reservatórios do parque gerador;

v_{rt} representa o volume armazenado no r -ésimo reservatório no início do estágio t ;

¹ Por simplificação, não são considerados os efeitos por evaporação e infiltração da água nos reservatórios.

Q_{rt} é a vazão total turbinada no r -ésimo reservatório ao longo do estágio t . Seu valor é calculado pela soma das vazões turbinadas em cada unidade geradora do r -ésimo reservatório no decorrer do estágio t , ou seja:

$$Q_{rt} = \sum_{j=1}^{J(r)} q_{jrt} \quad \begin{matrix} r = 1, R \\ t = 1, T \end{matrix} \quad (3.2)$$

onde:

j é o índice de unidades hidrelétricas (turbina-gerador);

$J(r)$ é o número total de unidades hidrelétricas do r -ésimo reservatório, disponíveis para a operação;

q_{jrt} é a vazão turbinada da unidade j , que pertence ao reservatório r , durante o estágio t .

s_{rt} é a vazão vertida no reservatório r ao longo do estágio t ;

$\Re_+^{(r)}$ é o conjunto de reservatórios imediatamente a montante ao r -ésimo reservatório;

t_{mr} é o tempo de viagem da água entre os reservatórios m e r ;

y_{rt} é a vazão incremental afluyente ao r -ésimo reservatório ao longo do estágio t .

Além da conservação da massa, cada reservatório possui restrições operacionais associadas aos limites de volume de água armazenado e também de vazão vertida:

$$v_r^{\min} \leq v_{r,t+1} \leq v_r^{\max} \quad r = 1, R \quad (3.3)$$

$$s_{rt} \geq 0 \quad t = 1, T \quad (3.4)$$

onde:

v_r^{\min} é o volume mínimo do r -ésimo reservatório;

v_r^{\max} é o volume máximo do r -ésimo reservatório.

Pode-se notar na Equação (3.4) que a variável que representa a vazão vertida tem sua modelagem semelhante a uma variável de folga. Entretanto, no caso real, o valor máximo desta variável pode ser dependente do volume armazenado no reservatório. Tal complexidade será desconsiderada aqui. As restrições citadas anteriormente podem ser representadas matematicamente pelas expressões (3.1)-(3.3), descritas até então.

Por sua vez, as restrições do tipo (3.5) estão relacionadas com o uso futuro da água em um sistema hidrotérmico. Essas restrições modelam o efeito de uma função que permite comparar o custo da utilização da água armazenada nos reservatórios, ao longo do horizonte do planejamento da operação energética, com o custo de manter essa água armazenada. Esta função de custo futuro é acoplada no final do período de estudo que, matematicamente, é representada pelo seguinte grupo de restrições linear por partes:

$$a + \sum_{r=1}^R p_r^{(p)} u_{r,T+1} \geq C_{total}^{(p)} \quad p = 1, P \quad (3.5)$$

onde:

- a é uma variável não-negativa que informa o custo total esperado de operação do final do estágio t até o final do horizonte avaliado pelo modelo de planejamento de longo prazo;
- $u_{r,T+1}$ é o volume armazenado no r -ésimo reservatório no final do horizonte do comissionamento;
- p é o índice das aproximações lineares que compõem a função aproximada por partes;
- P é o número total de aproximações lineares utilizada na modelagem da função de custo futuro;
- $p_r^{(p)}$ é uma constante associada ao r -ésimo reservatório e à p -ésima aproximação linear por partes da função de custo futuro. Esse valor representa a taxa de variação causada no custo futuro em virtude de uma perturbação unitária em $v_{r,T+1}$, com os demais volumes dos reservatórios no referido estágio fixados;
- $C_{total}^{(p)}$ representa o custo futuro total que seria encontrado no sistema se todos os volumes fossem deplecionados até seu valor mínimo, a uma variação de primeira ordem igual do encontrado em seus respectivos volumes armazenados iniciais.

O número de aproximações, P , necessário para a modelagem da função de custo futuro, é determinado pelo modelo de planejamento da operação energética de curto prazo.

Com relação às restrições operativas das unidades geradoras hidrelétricas, o capítulo anterior salientou a presença de limites de potência para estas unidades. Estes limites são associados à capacidade máxima da máquina e também ligados à presença de faixas proibidas de geração:

$$\sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} ph_{jkrt}^{\min} z_{jkrt} \leq ph_{jrt}(q_{jrt}, Q_{rt}, s_{rt}) \leq \sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} ph_{jkrt}^{\max} z_{jkrt} \quad \begin{matrix} j = 1, J(r) \\ r = 1, R \\ t = 1, T \end{matrix} \quad (3.6)$$

onde:

k é o índice associado às zonas operativas permitidas das unidades hidrelétricas;

Φ_{jr} é o conjunto de zonas permitidas de geração da j -ésima unidade hidrelétrica pertencente ao r -ésimo reservatório;

$ph_{jrt}(\cdot)$ é a potência de saída da j -ésima unidade hidrelétrica, pertencente ao r -ésimo reservatório, durante o estágio t ;

ph_{jkrt}^{\min} é a potência mínima de saída associada à j -ésima unidade hidrelétrica, pertencente ao r -ésimo reservatório, durante o estágio t , quando a mesma estiver operando em sua k -ésima zona permitida;

ph_{jkrt}^{\max} é a potência máxima de saída associada à j -ésima unidade hidrelétrica, pertencente ao r -ésimo reservatório, durante o estágio t , quando a mesma estiver operando em sua k -ésima zona permitida;

z_{jkrt} é uma variável de decisão binária que indica se a j -ésima unidade hidrelétrica, pertencente ao r -ésimo reservatório, está ligada ($z_{jkrt} = 1$) ou desligada ($z_{jkrt} = 0$) durante o estágio t . Havendo múltiplos estados de geração, ou seja, várias zonas permitidas de operação, cada unidade pode operar somente em umas delas, esta variável deve pertencer ainda à seguinte restrição:

$$\sum_{k=1}^{F_{jr}} z_{jkrt} \leq 1 \quad (3.7)$$

Estes limites de potência, ph_{jkrt}^{min} e ph_{jkrt}^{max} , podem ser constantes ou depender da altura de queda líquida da unidade. Tais informações podem ser obtidas da curva-colina da unidade.

Por último, as unidades geradoras de uma usina precisam respeitar um limite de reserva girante para segurança do sistema elétrico. Esta reserva é requerida para que o sistema possa suportar certas contingências, tais como perda de unidades geradoras e/ou circuitos de transmissão²:

$$\sum_{j=1}^{\Phi J(r)} \left(\sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} ph_{j1rt}^{max} z_{jkrt} - ph_{jrt}(q_{jrt}, Q_{rt}, s_{rt}) \right) \geq rh_{rt} \quad \begin{matrix} r = 1, R \\ t = 1, T \end{matrix} \quad (3.8)$$

onde:

² A falha da transmissão, em alguns casos, pode impedir a transferência de energia de uma área para outra.

rh_{rt} é o valor da reserva energética de da usina hidrelétrica situada no r -ésimo reservatório, durante o estágio t .

É relevante salientar que nesta formulação, a reserva girante é pré-estabelecida para a usina. Desta forma, a máxima potência que uma unidade geradora pode atingir depende do número de geradores em operação desta usina. Ainda, caso as unidades tenham mais de uma zona permitida de geração, o valor máximo de potência que a unidade pode atingir é relacionado ao máximo valor existente em todas as zonas operativas, denominado em (3.7) por ph_{jlr}^{max} .

3.3 Restrições Ligadas ao Sistema Termelétrico

Assim como o sistema hidrelétrico, o termelétrico também possui restrições operativas associadas às suas unidades geradoras.

Primeiramente, os limites de operação das unidades termelétricas são modelados por meio de seus limites de potência:

$$pt_i^{\min} u_{it} \leq pt_{it} \leq pt_i^{\max} u_{it} \quad \begin{matrix} i = 1, I \\ t = 1, T \end{matrix} \quad (3.9)$$

onde:

i é o índice associado às unidades termelétricas;

I é o total de usinas termelétricas

pt_{it} é a variável que indica a potência de saída da i -ésima unidade termelétrica;

$p_i^{t\min}$ é o limite mínimo de potência de saída da i -ésima unidade termelétrica;

$p_i^{t\max}$ é o limite máximo de potência de saída da i -ésima unidade termelétrica;

u_{it} é a variável de decisão binária que indica se a unidade termelétrica i está ligada ($u_{it} = 1$) ou desligada ($u_{it} = 0$) durante o estágio t .

A maioria das restrições peculiares às unidades termelétricas é oriunda do funcionamento das caldeiras de geração de vapor [21-23] (conforme explicitado no capítulo anterior). A geração de energia elétrica em unidades termelétricas é associada à quantidade de vapor saturado existente na caldeira, uma vez que o vapor que atua como força primária na turbina. A quantidade de vapor, por sua vez, é dependente da temperatura da caldeira³.

A disponibilidade de uma unidade termelétrica depende então das condições em que se encontra a caldeira de vapor. Caso a caldeira esteja em processo de aquecimento ou de resfriamento, é necessário esperar alguns estágios de tempo até que se atinja novamente as condições de temperatura (quantidade de vapor saturado) ótimas para a operação nominal. Ainda, estando em condições de operação nominal, o aumento de geração de energia elétrica também depende do aumento de geração de vapor. Neste caso, as unidades termelétricas possuem grande inércia no aumento de geração, comparadas às unidades hidrelétricas, explicadas pelo processo de geração de vapor.

³ A geração de vapor depende das condições de temperatura e pressão da caldeira. Ambas evoluem à medida que se aumenta a produção de calor nas fornalhas.

Inicialmente, como forma de representar corretamente o comportamento termodinâmico das unidades, faz-se necessário garantir que exista um número mínimo de estágios de tempo na qual forçosamente as unidades permaneçam ligadas (desligadas), uma vez que foram colocadas (retiradas) da operação. Matematicamente, isto é feito da seguinte forma:

$$u_{it} = \begin{cases} 1 & \text{se } 1 \leq x_{it} < t_i^{up} \\ 0 & \text{se } 1 \geq x_{it} > -t_i^{down} \\ 0 \text{ ou } 1 & \text{fora isso} \end{cases} \quad \begin{matrix} i = 1, I \\ t = 1, T \end{matrix} \quad (3.10)$$

onde:

t_i^{up} é o número mínimo de estágios que a i -ésima unidade termelétrica deve permanecer ligada após a mesma ter entrado em operação;

t_i^{down} é o número mínimo de estágios que a i -ésima unidade termelétrica deve permanecer desligada após a mesma ter sido retirada de operação;

x_{it} é uma variável inteira que indica o estado da i -ésima unidade termelétrica durante o estágio t (relacionado com as condições de temperatura e pressão da caldeira), ou seja, representa o número de estágios que a unidade está ligada ($x_{it} > 0$) ou desligada ($x_{it} < 0$). O valor de x_{it} pode ser calculado pela seguinte equação de transição de estados:

$$x_{it} = \begin{cases} \text{máximo } (x_{i,t-1}, 0) + 1 & \text{se } u_{it} = 1, \\ \text{mínimo } (x_{i,t-1}, 0) - 1 & \text{se } u_{it} = 0. \end{cases} \quad \begin{matrix} i = 1, I \\ t = 1, T \end{matrix} \quad (3.11)$$

Adicionalmente às restrições anteriores, a termodinâmica do processo também impõe limitações de acréscimo ou decréscimo de geração com o passar dos estágios, ou seja, o acoplamento do nível de geração entre dois períodos consecutivos necessita ser modelada. Comumente, essa tarefa é realizada pelas chamadas restrições de rampa, as quais usualmente podem ser classificadas em três tipos:

- i. *restrição de rampa na partida*: quando uma unidade termelétrica é ligada, a mesma necessita de τ_i estágios, à taxa crescente de geração de pt_i^{min} / τ_i , até encontrar o seu respectivo limite mínimo de operativo pt_i^{min} ;
- ii. *restrição de rampa quando a unidade está sendo desligada*: quando uma unidade está sendo retirada de operação, seu nível de operação deve ser reduzido para pt_i^{min} e, a partir deste ponto, sua geração deve ser decrementada durante v_i estágios a uma taxa constante de decréscimo de geração de pt_i^{min} / v_i , até reduzir a zero;
- iii. *restrição de rampa em condição operativa nominal*: neste caso, a diferença do nível de geração da i -ésima unidade termelétrica entre dois estágios consecutivos na qual a unidade esteja operando entre seus limites nominais é limitados por Δ_i .

Uma ilustração desses três tipos de rampa é mostrada na Figura 3.1, a seguir.

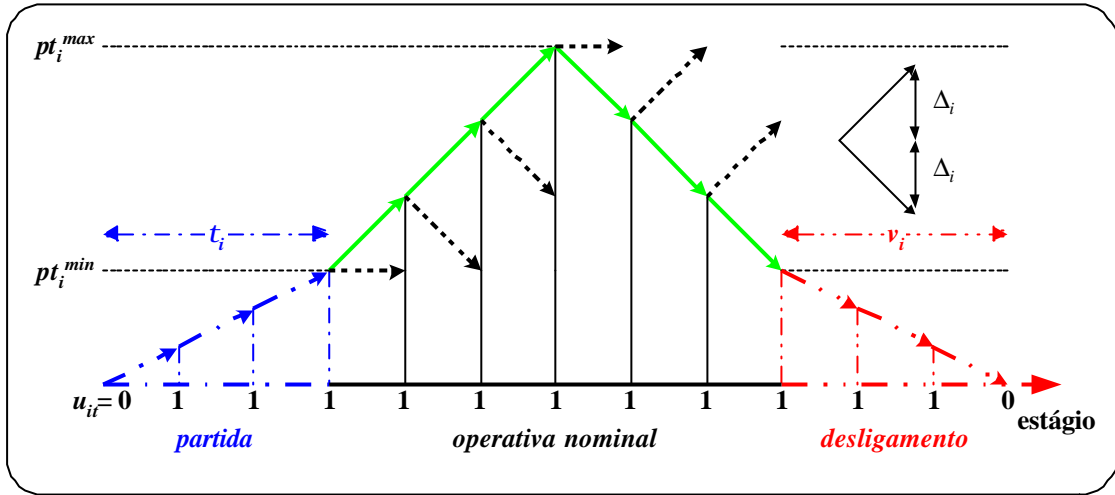


Figura 3.1 – Efeito das Restrições de Rampa – Exemplo Ilustrativo.

Na figura acima as setas ilustram uma trajetória viável para uma unidade termelétrica desde sua partida até o processo de desligamento. Deve-se notar que, durante a partida e o desligamento, a unidade deve respeitar uma trajetória pré-definida. Já durante a condição operativa nominal, os níveis de geração do estágio seguinte são limitados por Δ_i .

Matematicamente, as restrições de rampa são modeladas da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 & i = 1, I \\
 & d_i(u_{i,t-1}, x_{it}) \leq pt_{it} - pt_{i,t-1} \leq \Delta_i(u_{i,t-1}, x_{it}) \\
 & t = 1, T
 \end{aligned} \tag{3.12}$$

onde $\delta_i(u_{i,t-1}, x_{it})$ e $\Delta_i(u_{i,t-1}, x_{it})$ são funções que representam o máximo desvio permitido de geração entre dois estágios.

Para o primeiro estágio do estudo de alocação de unidades geradoras é necessário saber de antemão quais as condições iniciais das unidades termelétricas, matematicamente explicitadas da seguinte maneira:

$$u_{i0} = \tilde{u}_{i0}$$

$$x_{i0} = \tilde{x}_{i0} \quad i = 1, I \quad (3.13)$$

$$p_{i0}^t = \tilde{p}_{i0}$$

onde:

\tilde{u}_{i0} é uma variável binária que indica se a i -ésima unidade termelétrica estava ligada ou desligada durante o estágio $t = 0$;

\tilde{x}_{i0} é uma variável inteira não nula, que indica o número de períodos na qual a i -ésima unidade termelétrica estava ligada ou desligada até atingir o estágio $t = 0$;

\tilde{p}_{i0} é uma variável contínua que indica a potência produzida pela i -ésima unidade termelétrica durante o estágio $t = 0$.

Da mesma forma que as usinas hidrelétricas, as termelétricas também possuem restrições e reserva girante. Assim, essas restrições são modeladas de forma que cada usina respeite um nível de reserva pré-estabelecido individualmente:

$$p_i^{t\max} - p_{it} \geq r_{rt} \quad i = 1, I \quad (3.14)$$

$$t = 1, T$$

onde:

r_{rt} é o valor da reserva energética da i -ésima usina termelétrica durante o estágio t ;

Por último, conforme visto no capítulo anterior, o custo total de operação de uma unidade termelétrica tipicamente inclui o custo associado ao uso do combustível

tanto na operação nominal quanto na partida da unidade. Deste modo, o custo total ao longo do horizonte de estudo relativo às unidades termelétricas, CT , é dado por:

$$CT = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I \left[C_{it}(pt_{it}) + st_{it}(x_{i,t-1})u_{it}(1-u_{i,t-1}) \right] \quad (3.15)$$

onde:

$C_{it}(pt_{it})$ é o custo associado ao uso de combustível da i -ésima termelétrica durante o estágio t . Esse custo é freqüentemente modelado por uma função quadrática convexa, em relação ao nível de geração da unidade:

$$C_{it}(pt_{it}) = \underline{a}_{i0} + \underline{a}_{i1}pt_{it} + \underline{a}_{i2}pt_{it}^2 \quad (3.16)$$

onde \underline{a}_{i0} , \underline{a}_{i1} e \underline{a}_{i2} são constantes;

$st_{it}(x_{i,t-1})$ é o custo de partida associada a i -ésima termelétrica durante o estágio t . Conforme visto no capítulo anterior, esta função é modelada como uma função exponencial dependente da temperatura da caldeira (quantidade de vapor saturado)

3.4 Formulação do Problema de Planejamento da Operação de Curto Prazo

Na formulação mostrada a seguir, o sistema de transmissão é representado de modo simplificado por meio de limites de intercâmbios entre os diversos

subsistemas. Outra particularidade está nas restrições de reserva girante que, neste problema, são apresentadas para cada usina geradora e não por subsistema (ou sistema como todo).

A formulação do problema de alocação de unidades geradoras é dada por:

$$Min = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I [C_{it}(pt_{it}) + st_{it}(x_{i,t-1})u_{it}(1 - u_{i,t-1})] + \mathbf{a} \quad (3.17)$$

sujeito a:

$$\sum_{i \in I_e} pt_{it} + \sum_{r \in R_e} \left(\sum_{j=1}^{J(r)} ph_{jrt}(q_{jrt}, Q_{rt}, s_{rt}) \right) + \sum_{l \in O_e} (Int_{let} - Int_{elt}) = D_{et} \quad (3.18)$$

$$0 \leq Int_{let} \leq Int_{let}^{máx} \quad (3.19)$$

$$0 \leq Int_{elt} \leq Int_{elt}^{máx} \quad (3.20)$$

$$pt_i^{\min} u_{it} \leq pt_{it} \leq pt_i^{máx} u_{it} \quad (3.21)$$

$$u_{it} = \begin{cases} 1 & \text{se } 1 \leq x_{it} < t_i^{up} \\ 0 & \text{se } 1 \geq x_{it} > -t_i^{down} \\ 0 \text{ ou } 1 & \text{fora isso} \end{cases} \quad (3.22)$$

$$x_{it} = \begin{cases} \text{máximo } (x_{i,t-1}, 0) + 1 & \text{se } u_{it} = 1, \\ \text{mínimo } (x_{i,t-1}, 0) - 1 & \text{se } u_{it} = 0. \end{cases} \quad (3.23)$$

$$\mathbf{d}_i(u_{i,t-1}, x_{it}) \leq pt_{it} - pt_{i,t-1} \leq \Delta_i(u_{i,t-1}, x_{it}) \quad (3.24)$$

$$pt_i^{máx} u_{it} - pt_{it} \geq rt_{rt} \quad (3.25)$$

$$\begin{aligned} u_{i0} &= \tilde{u}_{i0} & x_{i0} &= \tilde{x}_{i0} & p_{i0}^t &= \tilde{p}_{i0} \end{aligned} \quad (3.26)$$

$$v_{r,t+1} + Q_{rt} + s_{rt} - \sum_{m \in \mathcal{R}_+^{(r)}} \left(Q_{m,t-t_{mr}} + s_{m,t-t_{mr}} \right) - v_{rt} = y_{rt} \quad (3.27)$$

$$Q_{rt} = \sum_{j=1}^J q_{jrt} \quad (3.28)$$

$$v_r^{\min} \leq v_{r,t+1} \leq v_r^{\max} \quad (3.29)$$

$$s_{rt} \geq 0 \quad (3.30)$$

$$\sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} ph_{jkrt}^{\min} z_{jkrt} \leq ph_{jrt}(q_{jrt}, Q_{rt}, s_{rt}) \leq \sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} ph_{jkrt}^{\max} z_{jkrt} \quad (3.31)$$

$$z_{jkrt} \in \{0,1\} \quad \sum_{k=1}^{F_{jr}} z_{jkrt} \leq 1 \quad (3.32)$$

$$\sum_{j=1}^{J(r)} \left(\sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} ph_{jlr}^{\max} z_{jkrt} - ph_{jrt}(q_{jrt}, Q_{rt}, s_{rt}) \right) \geq rh_{rt} \quad (3.33)$$

$$\mathbf{a} + \sum_{r=1}^R \mathbf{p}_r^{(P)} \mathbf{u}_{r,T+1} \geq C_{total}^{(P)} \quad (3.34)$$

$$e = 1, E \quad t = 1, T \quad l \in \Omega_e \quad i = 1, I \quad r = 1, R \quad j = 1, J(r) \quad p = 1, P$$

O conjunto de restrições (3.18) refere-se ao atendimento a demanda em cada subsistema durante o estágio t . As restrições (3.19) e (3.20) dizem respeito aos limites de intercâmbio de energia entre subsistemas durante o estágio t .

3.5 Conclusões

Neste capítulo foram abordadas as características de um parque gerador hidrelétrico com o intuito de formular o problema de planejamento da operação de curto prazo.

Conforme visto no presente capítulo, o problema acima é de natureza combinatória, não-linear e de grande porte. A natureza combinatória é explicada pela presença de variáveis inteiras que indicam quais unidades geradoras estarão em operação, a não-linearidade é oriunda da função de produção em função da modelagem utilizada. Os próximos capítulos têm como foco principal a solução deste problema, particularmente o subproblema hidrelétrico, o qual é objetivo deste trabalho. A técnica utilizada para solucionar o problema é a metodologia da Relaxação Lagrangeana, a qual tem apresentado bons resultados em problemas com características semelhantes àsquelas encontradas na alocação de unidades geradoras. O capítulo seguinte visa utilizar esta metodologia para definir matematicamente o problema de alocação de unidades geradoras.

CAPÍTULO 4

TÉCNICAS DE DECOMPOSIÇÃO APLICADAS NA SOLUÇÃO DO PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO DE CURTO PRAZO

4.1 Introdução

O problema de planejamento da operação de curto prazo, formulado matematicamente no capítulo anterior, possui algumas características que dificultam sua solução. Conforme visto, este problema é de natureza combinatória, não-linear e de grande porte.

Diante destas características, é de se esperar que não haja alguma metodologia que encontre, garantidamente, uma solução global para o problema. Assim sendo, o que se procura é a busca de soluções sub-ótimas utilizando, para tanto, técnicas de decomposição em programação matemática.

Este capítulo visa ilustrar o uso de uma metodologia de decomposição denominada de Relaxação Lagrangeana [24-33] no procedimento de solução do problema de planejamento da operação de curto prazo. Esta metodologia decompõe o problema original em séries de subproblemas menores.

Em técnicas de decomposição, usualmente, é necessário resolver de forma eficiente, um conjunto de subproblemas específicos várias vezes ao longo de um

processo iterativo. Alguns desses subproblemas, os quais são objeto de interesse deste trabalho, também são descritos neste capítulo.

4.2 Relaxação Lagrangeana

A Relaxação Lagrangeana é uma metodologia que faz uso de conceitos ligados à teoria de dualidade para tratar o conjunto das restrições do problema de maneira especial. Essas restrições, consideradas complicadas, são transferidas para a função objetivo e ponderadas por parâmetros de penalidades especiais, denominados de Multiplicadores de Lagrange. Deste modo tem-se que se resolver um problema relaxado onde a estrutura das restrições resultantes, em geral, origina subproblemas que podem ser resolvidos mais facilmente quando comparados ao problema original.

Essa decomposição é muito atrativa de ser utilizada no processo de solução de problemas de natureza semelhante ao planejamento da operação de curto prazo, visto que esse problema apresenta um conjunto restrito que é extremamente penoso de ser manuseado por metodologias primais clássicas como programação Dinâmica [34-44], *Branch and Bound* [33,45-48], Programação Linear e Não-Linear Inteira-Mista [47]. Na verdade, um dos objetivos da Relaxação Lagrangeana é decompor o problema para que essas metodologias passem a se tornar uma opção interessante.

Como consequência, pode-se observar na literatura que a metodologia de Relaxação Lagrangeana tem sido extremamente utilizada em problemas semelhantes ao discutido aqui [49-64]. Inclusive, em [50] pode ser visto um interessante comparativo realizado entre as diversas técnicas ressaltando a posição de destaque da Relaxação Lagrangeana perante as demais.

Na solução do Problema (3.17)-(3.34), é relevante salientar alguns aspectos que envolvem a aplicação da Relaxação Lagrangeana. Dentre eles, destaca-se o fato de existirem diferentes maneiras de se decompor o problema primal original. Isso é possível pois há várias formas de se trabalhar com o conjunto restrito, no tocante ao processo de relaxação das restrições. Cada problema relaxado recebe o nome de problema dual que se caracteriza por ser de maximização [28].

Existem ainda esquemas de relaxação nos quais o espaço de variáveis primais é alterado previamente, cujo o objetivo consiste em inserir restrições artificiais que representam a duplicação de determinadas variáveis (em inglês: *splitting methods*). Esta estratégia de duplicação de variáveis tem apresentado bons resultados em casos práticos, tendo sido aplicada no problema de alocação de unidades termelétricas [49-51].

4.3 Relaxação Lagrangeana Aplicada ao Problema de Planejamento da Operação de Curto Prazo

Observando o Problema (3.17)-(3.34) nota-se que existem restrições que podem ser classificadas como de natureza hidrelétrica, termelétrica e de transmissão (limites de intercâmbio). Ainda, existe um grupo de restrições que tornam todas as variáveis participantes das restrições anteriores acopladas. Esse grupo diz respeito às restrições de atendimento a demanda em cada subsistema e estágio de tempo. Os passos seguintes ilustram como o problema de planejamento da operação de curto prazo é decomposto, com base nos conceitos de relaxação Lagrangeana em conjunto com o uso de restrições artificiais.

Inicialmente pode-se observar em (3.17)-(3.34) que o acoplamento existente entre as variáveis termelétricas, pt_{it} , e o restante do problema é representado pelo

conjunto de restrições (3.18). A mesma situação ocorre com as variáveis de origem hidrelétrica, isto é, q_{jrt} , Q_{rt} , s_{rt} , z_{jkrt} , v_{rt} e α .

Para desacoplar tanto as variáveis termelétricas, bem como as de natureza hidrelétrica, são inseridas no problema algumas restrições. Estas restrições representam as duplicações de pt_{it} e ph_{jrt} , o que exige a criação de variáveis artificiais, pta_{it} e GH_{rt} , respectivamente

$$pta_{it} = pt_{it} \quad (4.1)$$

$$GH_{rt} = \sum_{j=1}^{J(r)} ph_{jrt}(q_{jrt}, Q_{rt}, s_{rt}) \quad (4.2)$$

$$i = 1, I \quad t = 1, T \quad r = 1, R$$

O próximo passo consiste na reconstrução do Problema (3.17)-(3.34), onde as variáveis artificiais pta_{it} substituirão as variáveis pt_{it} nas restrições nas quais estão presentes as variáveis contínuas e, GH_{rt} substituirão as variáveis ph_{jrt} na restrição de demanda. Ao fazer uso desta técnica, tem-se o seguinte problema:

$$Min = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I \left[C_{it}(pt_{it}) + st_{it}(x_{i,t-1})u_{it}(1-u_{i,t-1}) \right] + a \quad (4.3)$$

$$\text{sujeito a:} \quad \sum_{i \in I_e} pta_{it} + \sum_{r \in R_e} GH_{rt} + \sum_{l \in O_e} (Int_{let} - Int_{elt}) = D_{et} \quad (4.4)$$

$$0 \leq Int_{let} \leq Int_{let}^{m\acute{a}x} \quad (4.5)$$

$$0 \leq Int_{elt} \leq Int_{elt}^{m\acute{a}x} \quad (4.6)$$

$$pt_i^{\min} u_{it} \leq pt_{it} \leq pt_i^{m\acute{a}x} u_{it} \quad (4.7)$$

$$u_{it} = \begin{cases} 1 & \text{se } 1 \leq x_{it} < t_i^{up} \\ 0 & \text{se } 1 \geq x_{it} > -t_i^{down} \\ 0 & \text{ou 1 foraisso} \end{cases} \quad (4.8)$$

$$x_{it} = \begin{cases} \text{máximo } (x_{i,t-1}, 0) + 1 & \text{se } u_{it} = 1, \\ \text{mínimo } (x_{i,t-1}, 0) - 1 & \text{se } u_{it} = 0. \end{cases} \quad (4.9)$$

$$\mathbf{d}_i(u_{i,t-1}, x_{it}) \leq pt_{it} - pt_{i,t-1} \leq \Delta_i(u_{i,t-1}, x_{it}) \quad (4.10)$$

$$pt_i^{máx} u_{it} - pt_{it} \geq rt_{rt} \quad (4.11)$$

$$u_{i0} = \tilde{u}_{i0} \quad x_{i0} = \tilde{x}_{i0} \quad pt_{i0} = \tilde{p}_{i0} \quad (4.12)$$

$$v_{r,t+1} + Q_{rt} + s_{rt} - \sum_{m \in \mathfrak{R}_+^{(r)}} \left(Q_{m,t-t_{mr}} + s_{m,t-t_{mr}} \right) - v_{rt} = y_{rt} \quad (4.13)$$

$$Q_{rt} = \sum_{j=1}^J q_{jrt} \quad (4.14)$$

$$v_r^{\min} \leq v_{r,t+1} \leq v_r^{\max} \quad (4.15)$$

$$s_{rt} \geq 0 \quad (4.16)$$

$$\sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} ph_{jkrt}^{\min} z_{jkrt} \leq ph_{jrt}(q_{jrt}, Q_{rt}, s_{rt}) \leq \sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} ph_{jkrt}^{\max} z_{jkrt} \quad (4.17)$$

$$z_{jkrt} \in \{0,1\} \quad \sum_{k=1}^{F_{jr}} z_{jkrt} \leq 1 \quad (4.18)$$

$$\sum_{k=1}^{\Phi} \sum_{j=1}^{\Phi} \left(\sum_{k=1}^{\Phi} ph_{jkrt}^{máx} z_{jkrt} - ph_{jrt}(q_{jrt}, Q_{rt}, s_{rt}) \right) \geq rh_{rt} \quad (4.19)$$

$$\mathbf{a} + \sum_{r=1}^R \mathbf{p}_r^{(P)} \mathbf{u}_{r,T+1} \geq C_{total}^{(P)} \quad (4.20)$$

$$pta_{it} = pt_{it} \quad (4.21)$$

$$GH_{rt} = \sum_{j=1}^{J(r)} ph_{jrt}(q_{jrt}, Q_{rt}, s_{rt}) \quad (4.22)$$

$$i = 1, I \quad t = 1, T \quad e = 1, E$$

$$l \in \Omega_e \quad r = 1, R \quad j = 1, J(r)$$

Agora deve-se estabelecer o processo de dualização das restrições artificiais, (4.21) e (4.22), construindo assim o problema dual de (4.3)-(4.22). Desta forma, sendo λpt_{it} e λgh_{rt} os multiplicadores de Lagrange, irrestritos de sinal, associados a cada restrição artificial, (4.21) e (4.22), respectivamente, tem-se o seguinte problema dual:

$$Max \quad \Theta(lpt_{it}, lgh_{rt}) \quad (4.23)$$

onde:

$$\begin{aligned} \Theta(\lambda pt_{it}, \lambda gh_{rt}) = & Min \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I \left[C_{it}(pt_{it}) + st_{it}(x_{i,t-1})u_{it}(1-u_{i,t-1}) \right] + \alpha \\ & + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I lpt_{it}(pta_{it} - pt_{it}) + \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R lgh_{rt} \left(GH_{rt} - \sum_{j=1}^{J(r)} ph_{jrt}(q_{jrt}, Q_{rt}, s_{rt}) \right) \end{aligned} \quad (4.24)$$

sujeito a: (4.4)-(4.20)

Atentando para o problema dual acima, pode-se notar que este é de natureza separável. Fornecidos os multiplicadores de Lagrange $\lambda_{pt_{it}}$ e $\lambda_{gh_{rt}}$, esse problema pode ser resolvido a partir da avaliação de três conjuntos de subproblemas de minimização desacoplados entre si:

$$\Theta(I_{pt_{it}}, I_{gh_{rt}}) = \Theta_D(I_{pt_{it}}, I_{gh_{rt}}) + \Theta_{CUT}(I_{pt_{it}}) + \Theta_H(I_{gh_{rt}}) \quad (4.25)$$

onde:

$$\Theta_D = \min \sum_{t=1}^T \left\{ \sum_{i=1}^I I_{pt_{it}} pt_{it} + \sum_{r=1}^R I_{gh_{rt}} GH_{rt} \right\} \quad (4.26)$$

$$\text{sujeito a: } \sum_{i \in I_e} pt_{it} + \sum_{r \in R_e} GH_{rt} + \sum_{l \in O_e} (Int_{let} - Int_{elt}) = D_{et} \quad (4.27)$$

$$(4.5)-(4.6)$$

$$e = 1, E \quad (t \text{ fixo})$$

$$\Theta_{CUT} = \min \sum_{t=1}^T C_{it}(pt_{it}) + st_{it}(x_{i,t-1})u_{it}(1 - u_{i,t-1}) + Ipta_{it} \quad (4.28)$$

sujeito a: (4.7)-(4.12) (i fixo)

$$\Theta_H = \text{Min} - \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R I_{gh_{rt}} \left(\sum_{j=1}^{J(r)} ph_{jrt}(q_{jrt}, Q_{rt}, s_{rt}) \right) \quad (4.29)$$

sujeito a: (4.13)-(4.20) (com r e t fixos)

onde Θ_D , Θ_{CUT} , Θ_H são chamados, respectivamente, de subproblemas de demanda, de alocação de unidades termelétricas e hidrelétrico.

O subproblema de atendimento à demanda detém apenas variáveis contínuas e, devido à representação simplificada do sistema de transmissão, é de natureza linear. Ainda, pode-se notar que esse subproblema é desacoplado no tempo, portanto, qualquer pacote de programação linear pode ser utilizado na sua solução.

No tocante ao subproblema de alocação de unidades termelétricas, a formulação adotada possui variáveis inteiras, u_{it} , e contínuas, pt_{it} . Além disso, as restrições deste subproblema permitem que a solução seja obtida de forma independente para cada unidade geradora¹. Esse subproblema tem recebido acentuada atenção na literatura e pode ser solucionado de diversas maneiras [52-63]. O tratamento deste subproblema foge ao escopo deste trabalho.

Com relação ao subproblema hidrelétrico, sua solução ainda é uma tarefa complicada. A presença de variáveis relacionadas às restrições operativas dos reservatórios e das respectivas unidades geradoras (conjunto turbina-gerador) e, o comportamento físico complexo da produção de energia elétrica (devido às não-linearidades mencionadas) fazem com que a solução deste subproblema seja mais

¹ Na formulação apresentada nos capítulos anteriores a modelagem considera que as usinas termelétricas são compostas por uma unidade geradora apenas.

difícil comparada aos outros dois anteriores.

Para vencer as complicações do subproblema hidrelétrico, conjuntos de restrições adicionais precisam ser dualizados. Essa dualização é baseada na mesma técnica de duplicação de variáveis utilizada anteriormente. Deste modo, pode-se notar que existem dois tipos de subproblemas. O primeiro, composto pelas restrições (4.13)-(4.16), possui natureza linear, enquanto que no segundo, (4.17)-(4.20), estão presentes as restrições com natureza inteira-mista e não-linear do sistema hidrelétrico.

A partir de agora, a estratégia de decomposição visa resolver os dois conjuntos de subproblemas independentemente. Assim, com relação ao primeiro conjunto, as decisões globais de uso da água (balanço hídrico nos reservatórios) são determinadas em um novo subproblema. Conseqüentemente, a alocação das unidades geradoras hidrelétricas, considerando as zonas permitidas de geração, reserva girante, e as não-linearidades da função de produção, é obtida pela solução de um outro conjunto de subproblemas.

Com este propósito, pode-se observar que as variáveis comuns aos dois grupos de restrições citados são Q_{rt} e s_{rt} . Primeiramente, deve-se incluir restrições referentes às duplicações destas variáveis:

$$\Theta_H = \text{Min} \left\{ \alpha - \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R \lambda_{gh_{rt}} \left(\sum_{j=1}^{J(r)} ph_{jrt}(q_{jrt}, Q_{rt}, s_{rt}) \right) \right\}$$

$$\text{sujeito a: } Q_{rt}^a = Q_{rt} \quad r = 1, R \quad (4.30)$$

$$s_{rt}^a = s_{rt} \quad t = 1, T$$

(4.13)-(4.20)

Como no caso anterior, deve-se substituir as variáveis artificiais referentes ao problema acima, da seguinte maneira:

$$\Theta_H = \text{Min} \left\{ \alpha - \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R \lambda_{gh_{rt}} \left(\sum_{j=1}^{J(r)} ph_{jrt}(q_{jrt}, Q_{rt}, s_{rt}) \right) \right\} \quad (4.31)$$

sujeito a:

$$v_{r,t+1} + Qa_{rt} + sa_{rt} - \sum_{m \in \mathfrak{R}_+^{(r)}} \left(Q_{m,t-t_{mr}} + s_{m,t-t_{mr}} \right) - v_{rt} = y_{rt} \quad (4.32)$$

$$v_r^{\min} \leq v_{r,t+1} \leq v_r^{\max} \quad (4.33)$$

$$s_{rt} \geq 0 \quad (4.34)$$

$$\mathbf{a} + \sum_{r=1}^R \mathbf{p}_r^{(P)} \mathbf{u}_{r,T+1} \geq \mathbf{C}_{total}^{(P)} \quad (4.35)$$

$$Q_{rt} = \sum_{j=1}^J q_{jrt} \quad (4.36)$$

$$\sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} ph_{jkrt}^{\min} z_{jkrt} \leq ph_{jrt}(q_{jrt}, Q_{rt}, s_{rt}) \leq \sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} ph_{jkrt}^{\max} z_{jkrt} \quad (4.37)$$

$$z_{jkrt} \in \{0,1\} \quad \sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} z_{jkrt} \leq 1 \quad (4.38)$$

$$\sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} \left(\sum_{l=1}^{\Phi_{jr}} ph_{jlrt}^{\max} z_{jkrt} - ph_{jrt}(q_{jrt}, Q_{rt}, s_{rt}) \right) \geq rh_{rt} \quad (4.39)$$

$$Qa_{rt} = Q_{rt} \quad (4.40)$$

$$sa_{rt} = s_{rt} \quad (4.41)$$

$$r = 1, R \quad t = 1, T \quad j = 1, J(r)$$

Assim, as variáveis artificiais foram substituídas nas restrições referentes ao primeiro grupo, ou seja, de natureza linear. O próximo passo consiste em que as restrições artificiais sejam dualizadas:

$$\begin{aligned} \Theta_H = \text{Min} \left\{ \alpha - \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R \lambda_{gh_{rt}} \left(\sum_{j=1}^{J(r)} ph_{jrt} (q_{jrt}, Q_{rt}, s_{rt}) \right) \right\} \\ + \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R \left[\lambda_{q_{rt}} (Q_{rt} - Qa_{rt}) + \lambda_{s_{rt}} (s_{rt} - sa_{rt}) \right] \end{aligned} \quad (4.42)$$

sujeito a: (4.32)-(4.39)

A função dual acima pode ser avaliada por meio da solução de outros subproblemas:

$$\Theta_{SH}(\lambda_{q_{rt}}, \lambda_{s_{rt}}) = \text{Min} \left\{ \alpha - \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R \left(\lambda_{q_{rt}} Qa_{rt} + \lambda_{s_{rt}} sa_{rt} \right) \right\} \quad (4.43)$$

sujeito a: (4.32)-(4.35)

$$\begin{aligned} \Theta_{CUH}(\lambda_{gh_{rt}}, \lambda_{q_{rt}}, \lambda_{s_{rt}}) = \text{Min} \left\{ - \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R \lambda_{gh_{rt}} \left(\sum_{j=1}^{J(r)} ph_{jrt} (q_{jrt}, Q_{rt}, s_{rt}) \right) \right\} \\ + \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R \left[I_{q_{rt}} Q_{rt} + I_{s_{rt}} s_{rt} \right] \end{aligned} \quad (4.44)$$

sujeito a: (4.36)-(4.39)

O primeiro subproblema, que surge agrupando as restrições relacionadas exclusivamente com as variáveis de usina, possui natureza linear, acoplado no

tempo e no espaço, e é denominado aqui de subproblema hidráulico. O segundo, de natureza inteira-mista não-linear, é chamado de alocação de unidades hidrelétricas. Pode-se notar que essa alocação é desacoplada no tempo e no espaço, sendo possível, portanto, resolvê-lo da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \Theta_{CUH}(Igh_{rt}, Iq_{rt}, Is_{rt}) = & \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R \Theta_{CUH}^{rt}(Igh_{rt}, Iq_{rt}, Is_{rt}) \\ & + \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R \left[\lambda_{q_{rt}} Q_{rt} + \lambda_{s_{rt}} s_{rt} \right] \end{aligned} \quad (4.45)$$

onde:

$$\Theta_{CUH}^{rt}(Igh_{rt}, Iq_{rt}, Is_{rt}) = \text{Min} \left[-Igh_{rt} \left(\sum_{j=1}^{J(r)} ph_{jrt}(q_{jrt}, Q_{rt}, s_{rt}) \right) + Iq_{rt} Q_{rt} + Is_{rt} s_{rt} \right]$$

sujeito a: (4.36)-(4.39) (com r e t fixos)

Ainda que o Problema (4.45) seja desacoplado no tempo e no espaço, algumas observações são relevantes. Além das não-linearidades envolvidas, o número de combinações existentes em cada usina, relacionadas às unidades e faixas operativas, pode tornar o processo de solução desses subproblemas muito trabalhoso.

O número de combinações que uma usina possui cresce exponencialmente com o número de unidades geradoras e a quantidade de zonas permitidas de operação. Todavia, no caso geral, as usinas hidrelétricas possuem unidades geradoras idênticas ou, em outros casos, grupos com unidades idênticas. Este fato diminui sensivelmente o número de combinações de cada usina, tornando possível utilizar como estratégia a investigação de todo o espaço de estados do problema por meio de enumeração exaustiva das combinações.

Sendo assim, o Subproblema (4.45) pode ser resolvido pela enumeração exaustiva das possíveis combinações de alocação de unidades, requerendo, portanto, solução de problemas contínuos, chamados de despacho de unidades geradoras hidrelétricas:

$$\Theta_{CUH}^{rt}(\lambda_{gh_{rt}}, \lambda_{q_{rt}}, \lambda_{s_{rt}}) = \text{Min} \left\{ -\lambda_{gh_{rt}} \left(\sum_{j=1}^{Jc(r)} ph_{jrt}(q_{jrt}, Q_{rt}, s_{rt}) \right) + \lambda_{q_{rt}} Q_{rt} + \lambda_{s_{rt}} s_{rt} \right\} \quad (4.46)$$

$$\text{sujeito a: } Q_{rt} = \sum_{j=1}^{Jc} q_{jrt} \quad (4.47)$$

$$\sum_{k=1}^{\Phi_{jr}^c} ph_{jkrt}^{\min} \leq ph_{jrt}(q_{jrt}, Q_{rt}, s_{rt}) \leq \sum_{k=1}^{\Phi_{jr}^c} ph_{jkrt}^{\max} \quad (4.48)$$

$$\sum_{k=1}^{\Phi_{jr}^c} ph_{j1rt}^{\max} - ph_{jrt}(q_{jrt}, Q_{rt}, s_{rt}) \geq rh_{rt} \quad (4.49)$$

onde:

Jc define o subconjunto de unidades geradoras em operação.

Φ_{jr}^c define as zonas operativas das unidades geradoras em operação.

É relevante salientar que uma determinada combinação define também em quais zonas operativas as unidades devem estar.

Por sua vez, para os casos onde o número de combinações é relativamente alto, algumas técnicas devem ser utilizadas para resolver o problema, de modo a fugir do esforço computacional proibitivo gerado pela enumeração exaustiva. Dentre

essas técnicas pode-se destacar aquelas referentes à Programação Dinâmica, *Branch and Bound*, e a Relaxação Lagrangeana também.

Para evitar a análise exaustiva do espaço de estado de (4.45) é necessário desacoplar as variáveis inteiras daquelas que compõem a função de produção das unidades geradoras. Esse acoplamento ocorre em dois grupos de restrições: restrições de limites de potências associadas às zonas operativas das unidades; e na restrição de reserva de energia da usina.

No intuito de eliminar este acoplamento indesejável, faz-se novamente o uso da duplicação da variável referente à função de produção das unidades geradoras:

$$\Theta_{CUH}^{rt}(Igh_{rt}, Iq_{rt}, Is_{rt}) = \text{Min} - Igh_{rt} \left(\sum_{j=1}^{J(r)} ph_{jrt}(q_{jrt}, Q_{rt}, s_{rt}) \right) + Iq_{rt} Q_{rt} + Is_{rt} s_{rt} \quad (4.50)$$

$$\text{sujeito a: } pha_{jrt} = ph_{jrt} \left(q_{jrt}, Q_{rt}, s_{rt} \right)$$

(4.36)-(4.39) (com r e t fixos)

Em seguida, realiza-se a seguinte substituição:

$$\Theta_{CUH}^{rt}(Igh_{rt}, Iq_{rt}, Is_{rt}) = \text{Min} - Igh_{rt} \left(\sum_{j=1}^{J(r)} ph_{jrt}(q_{jrt}, Q_{rt}, s_{rt}) \right) + Iq_{rt} Q_{rt} + Is_{rt} s_{rt} \quad (4.51)$$

$$\text{sujeito a: } pha_{jrt} = ph_{jrt} \left(q_{jrt}, Q_{rt}, s_{rt} \right) \quad (4.52)$$

$$Q_{rt} = \sum_{j=1}^J q_{jrt} \quad (4.53)$$

$$\sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} ph_{jkrt}^{\min} z_{jkrt} \leq pha_{jrt} \leq \sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} ph_{jkrt}^{\max} z_{jkrt} \quad (4.54)$$

$$z_{jkrt} \in \{0,1\} \quad \sum_{k=1}^{F_{jr}} z_{jkrt} \leq 1 \quad (4.55)$$

$$\sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} \left(\sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} ph_{j1rt}^{\max} z_{jkrt} - ph_{jrt}(q_{jrt}, Q_{rt}, s_{rt}) \right) \geq rh_{rt} \quad (4.56)$$

$$r = 1, R \quad j = 1, J(r)$$

Pode-se notar que, mesmo relaxando as restrições artificiais, o problema continua acoplado pelas variáveis inteiras e contínuas na restrição de reserva. Desta forma, a estratégia é dualizar também esta última restrição.

Assim, sendo λph_{jrt} os multiplicadores de Lagrange, irrestritos de sinal, associados às restrições artificiais (4.52), e λ_{rt} o multiplicador de Lagrange, maior ou igual a zero, associado à restrição de reserva, o problema dual associado ao subproblema (4.51)-(4.56) é construído da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \Theta_{CUH}^{rt}(Igh_{rt}, Iq_{rt}, Is_{rt}, Iph_{jrt}, Ir_{rt}) = & \text{Min} -Igh_{rt} \left(\sum_{j=1}^{J(r)} ph_{jrt}(q_{jrt}, Q_{rt}, s_{rt}) \right) + Iq_{rt} Q_{rt} + Is_{rt} s_{rt} \\ & + \sum_{j=1}^{J(r)} Iph_{jrt} \left[pha_{jrt} - ph_{jrt}(q_{jrt}, Q_{rt}, s_{rt}) \right] + Ir_{rt} \left\{ \sum_{j=1}^{J(r)} \left(ph_{jrt}(q_{jrt}, Q_{rt}, s_{rt}) - \sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} ph_{jkrt}^{\max} z_{jkrt} \right) + rh_{rt} \right\} \end{aligned} \quad (4.57)$$

$$\text{sujeito a:} \quad Q_{rt} = \sum_{j=1}^J q_{jrt} \quad (4.58)$$

$$\sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} ph_{jkrt}^{\min} z_{jkrt} \leq pha_{jrt} \leq \sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} ph_{jkrt}^{\max} z_{jkrt} \quad (4.59)$$

$$j = 1, J(r)$$

$$z_{jkrt} \in \{0,1\} \quad \sum_{k=1}^{F_{jr}} z_{jkrt} \leq 1 \quad (4.60)$$

Analisando o subproblema acima pode-se notar que o acoplamento entre as variáveis contínuas originais e as variáveis inteiras desaparece. Assim, é possível avaliar este subproblema em dois novos conjuntos de subproblemas de características distintas.

O primeiro desses conjunto é composto por um único subproblema cuja natureza é contínua e não-linear:

$$\begin{aligned} \Theta_{CUH_{cont}}^{rt} = & Min \left(\lambda ph_{rt} + \lambda r - \lambda gh_{rt} \right) \left(\sum_{j=1}^{J(r)} ph_{jrt} (q_{jrt}, Q_{rt}, s_{rt}) \right) \\ & + Iq_{rt} Q_{rt} + Is_{rt} s_{rt} + \sum_{j=1}^{J(r)} Iph_{jrt} ph_{jrt} (q_{jrt}, Q_{rt}, s_{rt}) + Ir_{rt} \left\{ \sum_{j=1}^{J(r)} ph_{jrt} (q_{jrt}, Q_{rt}, s_{rt}) + rh_{rt} \right\} \end{aligned} \quad (4.61)$$

$$\text{sujeito a: } Q_{rt} = \sum_{j=1}^J q_{jrt}$$

O segundo conjunto é composto por:

$$\begin{aligned} \Theta_{CUH_{int}}^{rt} (Iph_{jrt}, Ir_{rt}) = & Min \left(-Igh_{rt} \left(\sum_{j=1}^{J(r)} ph_{jrt} (q_{jrt}, Q_{rt}, s_{rt}) \right) \right. \\ & \left. + \sum_{j=1}^{J(r)} Iph_{jrt} pha_{jrt} + Ir_{rt} \left\{ \sum_{j=1}^{J(r)} \sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} ph_{jkrt}^{\max} z_{jkrt} \right\} \right) \end{aligned} \quad (4.62)$$

$$\text{sujeito a: } \sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} ph_{jkrt}^{\min} z_{jkrt} \leq pha_{jrt} \leq \sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} ph_{jkrt}^{\max} z_{jkrt} \quad j = 1, J(r)$$

$$z_{jkrt} \in \{0,1\} \quad \sum_{k=1}^F z_{jkrt} \leq 1$$

É relevante salientar que este último subproblema ainda é de natureza separável, sob o ponto de vista das unidades geradoras, tornando atrativo a sua aplicação para os casos onde existe um número grande de combinações entre quantidade de unidades geradoras e zonas permitidas de operação

Desta forma, o Subproblema (4.59) pode ser resolvido da seguinte maneira:.

$$\Theta_{CUH_{\text{int}}}^{rt}(Iph_{jrt}, I_{r_{rt}}) = \sum_{j=1}^{J(r)} \Theta_{CUH_{\text{int}}}^{jrt}(Iph_{jrt}, I_{r_{rt}}) + \sum_{j=1}^{J(r)} Iph_{jrt} pha_{jrt} + I_{r_{rt}} \left\{ \sum_{j=1}^{J(r)} \sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} ph_{jkrt}^{\max} z_{jkrt} \right\}$$

$$\text{onde: } \Theta_{CUH_{\text{int}}}^{jrt}(Iph_{jrt}, I_{r_{rt}}) = \text{Min} \left\{ Iph_{jrt} pha_{jrt} - I_{r_{rt}} \sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} ph_{jkrt}^{\max} z_{jkrt} \right\}$$

$$\text{sujeito a: } \sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} ph_{jkrt}^{\min} z_{jkrt} \leq pha_{jrt} \leq \sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} ph_{jkrt}^{\max} z_{jkrt} \quad j = 1, J(r) \quad (4.63)$$

$$z_{jkrt} \in \{0,1\} \quad \sum_{k=1}^F z_{jkrt} \leq 1 \quad (j \text{ fixo})$$

O problema acima pode ser facilmente resolvido por meio de simples enumeração dos estados correspondentes à operação nas zonas permitidas da unidade geradora em particular.

Desta forma, apresentada a última decomposição referente ao problema de alocação de unidades geradoras, encerra-se o procedimento de decomposição do problema de planejamento da operação de curto prazo.

Para melhor entender todo o processo de decomposição, a figura a seguir demonstra todos os subproblemas do problema dual:

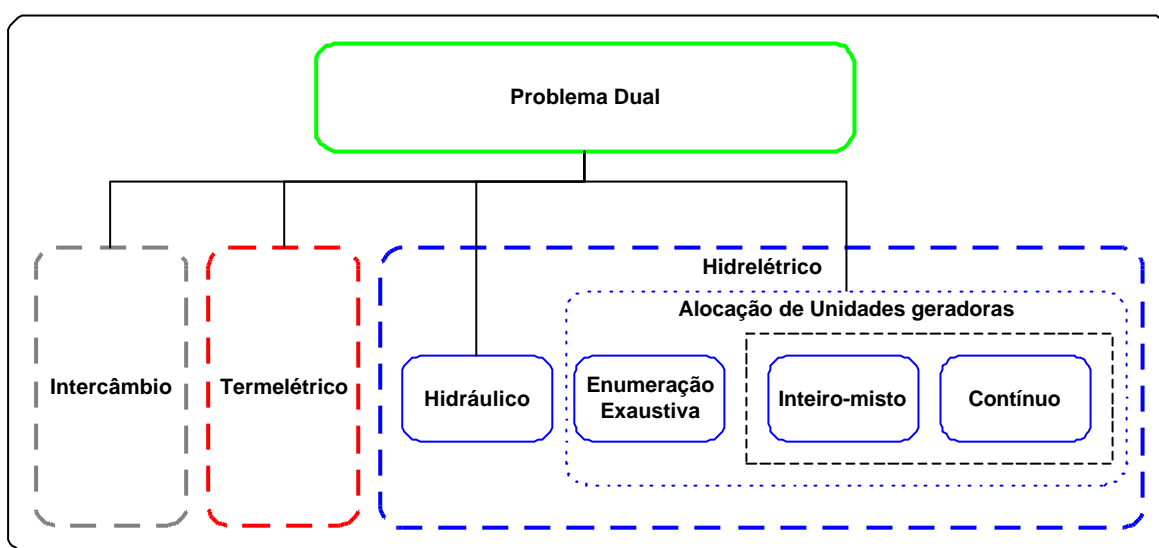


Figura 4.1 – Esquema Ilustrativo do Processo de Decomposição².

É relevante salientar que, independente do problema a ser resolvido, (4.46) ou (4.61)-(4.62), faz-se necessária a solução de problemas de programação não-linear com restrições, chamados de problemas de despacho de unidades geradoras hidrelétricas. Assim, este trabalho tem como objetivo implementar um algoritmo que possa resolver tais problemas. Para tanto, como será visto no próximo capítulo, são utilizadas as metodologias de Lagrangeano Aumentado e Quase-Newton.

² Pode-se notar que, conforme visto, o subproblema de alocação de unidades geradoras pode ser resolvido através da enumeração exaustiva ou por meio de outros dois subproblemas decompostos.

Por último, a solução do problema (3.17)-(3.34) é obtida com a maximização do problema dual, o qual pode ser melhor entendido em [68], visto que o objetivo deste trabalho está na solução do subproblema de despacho de unidades geradoras hidrelétricas.

4.4 Conclusões

Neste capítulo foi apresentado o emprego da metodologia de Relaxação Lagrangeana no problema de planejamento da operação de curto prazo. Conforme visto, o problema original é resolvido pela solução em separado de subproblemas menores e mais simples de serem solucionados: demanda, termelétrico e hidrelétrico.

Com relação aos subproblemas de demanda e de alocação de unidades termelétricas, suas soluções são obtidas a partir de métodos clássicos de otimização tais como programação linear, Programação Dinâmica, *Branch and Bound*, entre outros.

No tocante ao subproblema hidrelétrico, sua solução ainda é uma tarefa árdua. Neste caso, foi também utilizada a metodologia de duplicação de variáveis, tendo como consequência, outros dois conjuntos de subproblemas distintos.

Os subproblemas contínuos e não-lineares, resultantes da estratégia de solução abordada, são objetos de interesse deste trabalho. O capítulo seguinte mostra a construção de um modelo matemático para solução desses subproblemas, a qual é baseada nas metodologias de Lagrangeano Aumentado e Quase-Newton.

CAPÍTULO 5

SOLUÇÃO DO SUBPROBLEMA DE DESPACHO DA GERAÇÃO HIDRELÉTRICA

5.1 Introdução

No capítulo anterior foi justificada a necessidade de desenvolver um modelo matemático para a solução de problemas de programação não-linear com restrições, resultantes do problema de planejamento da operação de curto prazo. Na literatura são encontradas diversas aplicações que utilizam algoritmos de programação não-linear baseados em métodos como Pontos Interiores [69, 70], Programação Quadrática Seqüencial [69, 70], Região de Confiança [69, 70] e Lagrangeano Aumentado.

Neste trabalho, tem-se como objetivo investigar a aplicação do método de Lagrangeano Aumentado na solução de problemas de despacho das unidades geradoras hidrelétricas, sem qualquer compromisso de comparação entre os métodos.

Considerando que a aplicação do método de Lagrangeano Aumentado transforma um problema restrito em uma seqüência de problemas irrestritos, utiliza-se para solução destes o método de Quase-Newton.

5.2 Método de Lagrangeano Aumentado

Os problemas de otimização são formulados matematicamente por meio de uma função objetivo e que, na maioria das vezes, acompanhados de um conjunto de restrições que limitam o problema. Como solução, algumas técnicas procuram transformar esses problemas restritos em uma série de subproblemas irrestritos, de tal forma que, usando um processo iterativo, a solução encontrada atenda as restrições do problema original.

Neste sentido, alguns métodos têm sido utilizados na solução de problemas desta natureza [33, 69]. Em particular, este trabalho visa em aplicar o método de Lagrangeano Aumentado [33, 69-73] na solução desses problemas de programação não-linear contínuos.

O Lagrangeano Aumentado é baseado nos métodos de penalidade quadrática e no uso de multiplicadores de Lagrange, os quais visam transformar um problema de otimização restrito em uma seqüência de subproblemas irrestritos por meio de penalidades das violações das restrições.

Para melhor entender o processo de solução destes métodos, considere o problema abaixo:

$$\text{Min } f(x)$$

$$\text{sujeito a: } c(x) = 0 \tag{5.1}$$

$$l < x < u$$

onde: $f(x)$ é a função objetivo;

$c(x)$ é a matriz que define as restrições do problema;

l, u definem os valores inferiores e superiores de x ,
respectivamente.

Desta forma, o método de penalidade quadrática pode resolver este problema usando a seguinte estrutura:

$$PQ = \text{Min} \quad f(x) + \frac{1}{2m} [c(x)]^2 \quad (5.2)$$

onde: m é o parâmetro de penalidade;

$[c(x)]^2$ é o termo de penalidade quadrática.

Por outro lado, a solução de (5.1), com base na função Lagrangeana, requer a seguinte transformação do problema original:

$$\ell = f(x) + \sum_{m=1}^M \lambda_m c_m(x) \quad (5.3)$$

sujeito a: $l < x < u$

onde: m é o índice das restrições;

M é o número total de restrições do problema;

λ_m é o multiplicador de Lagrange associado à m -ésima restrição do problema.

Com relação ao método de penalidade quadrática, este pode ter problemas relacionados à instabilidade numérica visto que o termo $(1/2m)$ tende a infinito com passar das iterações. O método de Lagrangeano Aumentado tem por objetivo contornar este mau condicionamento, combinando a função Lagrangeana com a penalidade quadrática.

Assim, o Lagrangeano Aumentado possui a seguinte estrutura:

$$\ell_A = f(x) + \sum_{m=1}^M \lambda_m c_m(x) + \frac{1}{2\mu} [c(x)]^2 \quad (5.4)$$

sujeito a: $l < x < u$

O método de Lagrangeano Aumentado visa então solucionar o problema, usando um processo iterativo onde, a cada iteração, se resolve um subproblema irrestrito, cada qual condicionado pelos multiplicadores λ_m e pelo parâmetro de penalidade m . A questão agora é saber como devem ocorrer as atualizações dos multiplicadores de Lagrange e do parâmetro de penalidade. Com relação ao parâmetro m a cada iteração, este é multiplicado por uma constante s positiva ($s \leq 1$) [69]. Isto faz com que o valor de $(1 / 2m)$ aumente com as iterações, penalizando ainda mais as violações das restrições do problema. No tocante aos multiplicadores de Lagrange, existem várias formas de se efetuar as suas atualizações, sendo o método de Multiplicadores de Restrições de Igualdade [69, 74-75] largamente utilizado na literatura, perante sua simplicidade. Este método resume-se em atualizar os multiplicadores de Lagrange com as informações dos desvios das restrições $c_m(x)$, ou seja:

$$\lambda_m^{k+1} = \lambda_m^k - \frac{c_m(x^k)}{\mu} \quad (5.5)$$

onde k é o índice das iterações.

Assim, o processo iterativo prossegue resolvendo subproblemas irrestritos e atualizando os multiplicadores de Lagrange e o parâmetro de penalidade, até que se alcance a convergência.

Esta convergência é alcançada quando a solução em uma determinada iteração for factível, ou seja, não viole as restrições, e o gradiente da função objetivo do problema original possuir norma menor que uma tolerância. Esta análise pode ser feita através do gradiente da função do Lagrangeano Aumentado, o qual é obtido derivando-se (5.4):

$$\nabla \ell_A = \nabla f(x) + \sum_{m=1}^M \left[\lambda_m - \frac{c_m(x)}{\mu} \right] \nabla c_m(x) \quad (5.6)$$

onde: $\nabla f(x)$ é o gradiente da função objetivo do Problema (5.1);

$\nabla c_m(x)$ é o vetor gradiente de cada restrição.

Teoricamente, quando o processo iterativo encontra a solução do problema, as restrições são atendidas, neste caso $c_m(x)$ é igual a zero, e o gradiente do Lagrangeano Aumentado possui norma também igual a zero, ou seja, este gradiente é uma combinação convexa do gradiente do problema original com os gradientes das restrições. Nesta situação, verifica-se a condição de KKT [30, 33, 69], ou seja:

$$\nabla f(x) = - \sum_{m=1}^M \lambda_m \nabla c_m(x) \quad (5.7)$$

Na prática, em problemas não-lineares, a combinação convexa (5.6) não garante que a condição (5.7) seja satisfeita. Particularmente, isso pode ocorrer quando algumas variáveis estão presentes somente na função objetivo e não nas restrições. Neste caso, as componentes do vetor $\nabla c_m(x)$, relacionadas a essas variáveis, são nulas, podendo não ocorrer para $\nabla f(x)$. Analisando o Subproblema (4.46), por exemplo, verifica-se que a variável s (vazão de vertimento) está presente apenas na função objetivo. Assim, $\nabla f(x)$ sempre terá uma componente com valor λ_s , enquanto $\nabla c_m(x)$ terá zero (pois nenhuma restrição deste subproblema depende

diretamente de s). Esta situação faz com que, próximo da solução, $\nabla \ell_A$ aponte para direções fora da região viável, como por exemplo, quando a solução determinar s igual a zero, $\nabla \ell_A$ estará sempre indicando o decrescimento da vazão de vertimento no valor de λs .

Sendo assim, o processo de convergência deve observar, também, o atendimento das restrições de caixa, ou seja, a solução do problema precisa respeitar os limites das variáveis. Desta forma, a análise da solução tem que ser feita pelo gradiente projetado [69-70, 72], verificando-se, portanto, se a solução a ser obtida por (5.6) viola os limites das variáveis (restrições de caixa). Este gradiente projetado é obtido pela diferença entre a projeção de $(x - \nabla \ell_A)$ na região viável e o vetor x .

A Figura 5.1 mostra como é determinado o gradiente projetado. Tomando-se como origem o ponto x candidato a solução do problema, a projeção $(x - \nabla \ell_A)$ na região viável ultrapassa os limites desta região. Sendo assim, este vetor é truncado, respeitando os limites das variáveis. Consequentemente, o gradiente projetado é obtido por meio da diferença deste vetor truncado com o vetor x .

Desta forma, quando a norma do gradiente projetado for menor que uma determinada tolerância, o processo iterativo converge. Matematicamente, este processo pode ser traduzida no seguinte algoritmo:

$$\nabla \ell_A^{caixa} = x - \nabla \ell_A$$

$$\nabla \ell_A^{caixa}(x_i) = \begin{cases} l_i & \text{se } l_A^{caixa}(x_i) < l_i \\ u_i & \text{se } l_A^{caixa}(x_i) > u_i \\ l_A^{caixa}(x_i) & \text{se } l_i < l_A^{caixa}(x_i) < u_i \end{cases} \quad (5.8)$$

$$\nabla \ell_{projetado} = \nabla \ell_A^{caixa} - x$$

onde: $\nabla \ell_A^{caixa}$ é a projeção de $x - \nabla \ell_A$;

$\nabla \ell_{\text{projetado}}$ é o vetor gradiente projetado.

Em suma, a Figura 5.1 ilustra o processo iterativo do método de Lagrangeano Aumentado:

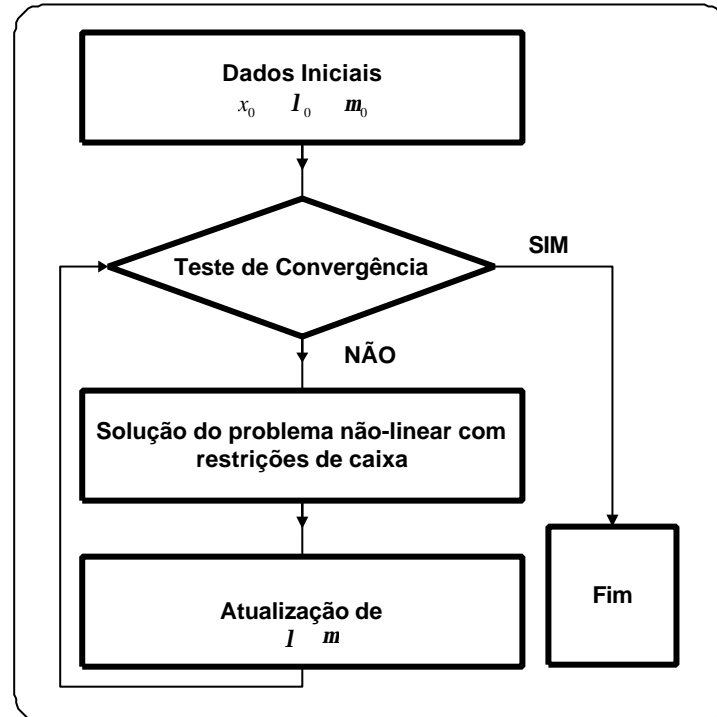


Figura 5.1 – Processo Iterativo do Lagrangeano Aumentado.

Tendo visto o método de Lagrangeano Aumentado, a forma de atualização dos multiplicadores de Lagrange e do parâmetro de penalidade, e a convergência, o passo seguinte consiste em determinar como resolver cada subproblema irrestrito que surge ao longo do processo iterativo. A próxima seção mostra as técnicas empregadas na solução dos problemas de programação não-linear irrestritos, resultantes da aplicação do método de Lagrangeano Aumentado.

5.3 Método de Quase-Newton

O método de Newton [33, 69] faz parte de uma classe de métodos baseados em modelos quadráticos da função objetivo na solução de problemas irrestritos. Além de simples implementação, este método tem demonstrado eficiência em resultados

práticos [76-77]. Mas, em casos onde a função objetivo não é convexa, o método de Newton pode encontrar dificuldades com relação ao cálculo de direções de descida [69], ou seja, pode apresentar direções que não sejam realmente de descida dependendo do ponto da função, como mostra a figura a seguir:

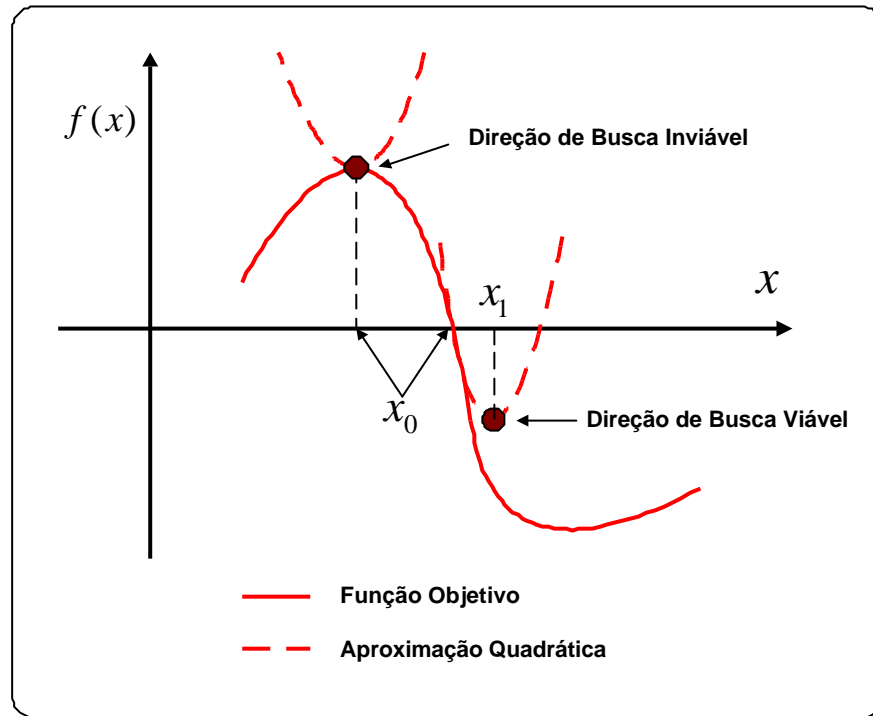


Figura 5.2 – Divergência do Método de Newton.

A figura acima mostra dois pontos iniciais de um processo iterativo do método de Newton. Pode-se observar que, a direção de busca para a aproximação quadrática à esquerda da figura não possui uma direção realmente de descida, o que pode levar a divergência do processo.

O método de Quase-Newton [33, 69] é baseado na idéia de construção de uma curvatura aproximada da função objetivo com informações das duas ultimas iterações do algoritmo, usando para tal, o gradiente e os valores da função objetivo, por outro lado, o método de Newton possui toda informação de curvatura baseada em um único ponto, por meio de sua matriz hessiana.

Considerando uma aproximação quadrática da função objetivo tem-se:

$$mp = f_k(x) + \nabla f_k^T(x) p_k + \frac{1}{2} p_k^T B_k p_k \quad (5.9)$$

onde:

$f_k(x)$ é a função objetivo para uma iteração k ;

p_k é a direção de busca;

B_k é uma matriz simétrica definida positiva, que é atualizada a cada iteração.

Uma direção de busca p_k para a aproximação convexa (5.8), para o método de Quase-Newton, é dado da seguinte forma [69]:

$$p_k = -B_k^{-1} \nabla f_k(x) \quad (5.10)$$

Conhecida uma direção de busca p_k , o processo iterativo prossegue calculando o ponto x_{k+1} da seguinte maneira:

$$x_{k+1} = x_k + p_k \quad (5.11)$$

Conforme comentado anteriormente, o método de Newton usa como informação de curvatura a matriz hessiana de uma aproximação quadrática da função num ponto x_k . Já Quase-Newton, procura construir a curvatura sem o uso direto da hessiana, mas sim, com uma matriz aproximada desta, no caso B_k . Esta matriz aproximada¹ é atualizada a cada iteração, fazendo com que esta se aproxime cada vez mais da matriz hessiana.

¹ Neste método, a matriz B_0 representa a aproximação inicial da matriz hessiana. Usualmente é utilizada uma matriz identidade. Caso seja feita esta escolha, a primeira iteração do Quase-Newton torna-se equivalente ao método do gradiente [69].

No tocante a atualização da matriz B_k , existem várias maneiras abordadas na literatura. Uma das formas mais populares é o método de BFGS² (Broyden, Fletcher, Goldfarb e Shanno) [69-70], pelo qual a atualização da matriz hessiana aproximada pode ser feito segundo a seguinte equação:

$$B_{k+1} = B_k - \frac{B_k s_k s_k^T B_k}{s_k^T B_k s_k} + \frac{y_k y_k^T}{y_k^T s_k} \quad (5.12)$$

onde: $s_k = x_{k+1} - x_k$

$$y_k = \nabla f(x_{k+1}) - \nabla f(x_k)$$

Assim, um algoritmo que traduza o método de Quase-Newton é visto a seguir:

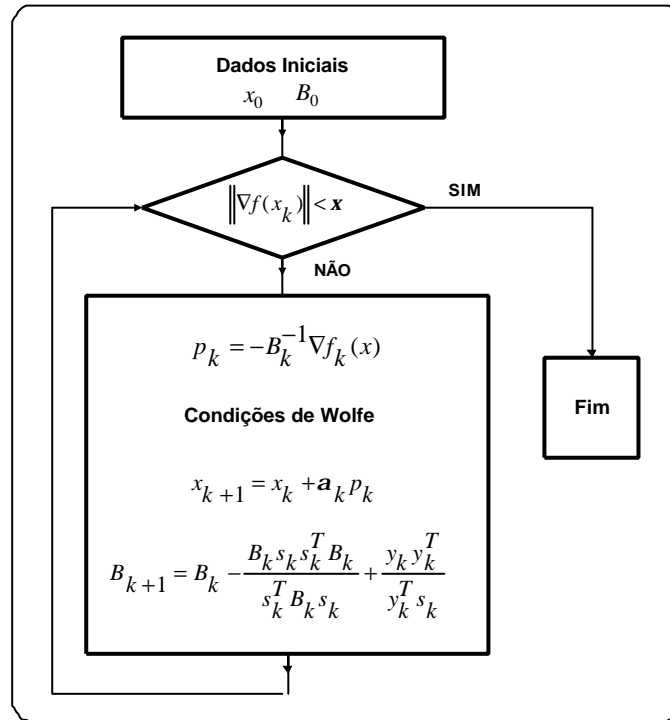


Figura 5.3 – Algoritmo de Quase-Newton.

² A equação de BFGS tem a propriedade de produzir matrizes definidas positivas e, portanto, direções de busca que não precisam de correções. Esta propriedade pode ser vista com detalhes em [69-70].

5.4 Conclusões

Neste capítulo foram apresentados os métodos de Lagrangeano Aumentado e Quase-Newton para a solução de problemas de programação não-linear contínuos.

Tomando-se um problema típico não-linear contínuo, o método de Lagrangeano Aumentado transforma este problema restrito numa série de problemas irrestritos. Para tanto, são utilizados parâmetros de penalidades ρ_m e μ . A atualização desses parâmetros pode ser obtida de várias formas, sendo aqui utilizado, o método de Multiplicadores de Restrições de Igualdade. Para a solução de cada problema irrestrito do processo iterativo de Lagrangeano Aumentado, foi selecionado neste trabalho o método de Quase-Newton.

É relevante salientar que o algoritmo de solução de problemas de programação não-lineares contínuos possui dois ciclos distintos. O primeiro diz respeito a cada iteração do Lagrangeano Aumentado (*out-iteration*). Já o segundo está relacionado a cada iteração do método de Quase-Newton (*in-iteration*). Assim, existe um processo iterativo de Quase-Newton para cada iteração do Lagrangeano Aumentado.

No próximo capítulo é abordado o algoritmo desenvolvido neste trabalho, o qual utiliza como base os métodos aqui demonstrados. Após, é mostrada a aplicação deste algoritmo na solução do subproblema de despacho de unidades geradoras, tomando como exemplo algumas usinas hidrelétricas do parque gerador brasileiro.

CAPÍTULO 6

APLICAÇÃO DO MÉTODO DE LAGRANGEANO AUMENTADO NO PROBLEMA DE DESPACHO DE UNIDADES GERADORAS HIDRELÉTRICAS

6.1 Introdução

No Capítulo 4 foi demonstrado o uso da Relaxação Lagrangeana para decompor o problema de Planejamento da Operação em subproblemas menores. Entre os quais, o subproblema de Alocação de Unidades Geradoras Hidrelétricas requer a solução de outros subproblemas de programação não-linear contínuos, chamados aqui de Despacho de Unidades Geradoras Hidrelétricas.

Neste sentido, o capítulo anterior mostrou os métodos de Lagrangeano Aumentado e Quase-Newton a serem aplicados na solução desses problemas de programação não-linear contínuos.

Assim, este capítulo tem como objetivo apresentar a implementação computacional desenvolvida neste trabalho, utilizando tais métodos, para solução desses problemas de despacho da geração hidrelétrica. Além disto, também é abordada a aplicação

deste algoritmo, considerando como exemplo, algumas usinas hidrelétricas do parque gerador brasileiro.

6.2 Aplicação do Método de Lagrangeano Aumentado ao Problema de Despacho da Geração Hidrelétrica

Tomando-se como foco desta seção, a solução dos subproblemas de despacho das unidades hidrelétricas, a formulação do problema, para um processo de enumeração exaustiva, possui a seguinte forma:

$$\Theta_{CUH}^{rt}(\lambda gh_{rt}, \lambda q_{rt}, \lambda s_{rt}) = \text{Min} \left\{ -\lambda gh_{rt} \left(\sum_{j=1}^{Jc(r)} ph_{jrt}(q_{jrt}, Q_{rt}, s_{rt}) \right) \right\} + \lambda q_{rt} Q_{rt} + \lambda s_{rt} s_{rt} \quad (6.1)$$

$$\text{sujeito a: } Q_{rt} = \sum_{j=1}^{Jc} q_{jrt} \quad (6.2)$$

$$\sum_{k=1}^{\Phi c jr} ph_{jkrt}^{\min} \leq ph_{jrt}(q_{jrt}, Q_{rt}, s_{rt}) \leq \sum_{k=1}^{\Phi c jr} ph_{jkrt}^{\max} \quad (6.3)$$

$$\sum_{k=1}^{\Phi c jr} ph_{j1rt}^{\max} - ph_{jrt}(q_{jrt}, Q_{rt}, s_{rt}) \geq rh_{rt} \quad (6.4)$$

Nos casos onde a enumeração exaustiva não é aconselhável, devido ao esforço computacional, foi aplicada novamente a relaxação Lagrangeana, conforme visto no Capítulo 4. Assim, o problema de alocação de unidades pode ser resolvido por meio de outros dois subproblemas: inteiro-misto e contínuo. No caso do subproblema contínuo, a formulação do problema de otimização contínuo é a mesma para o caso

da enumeração exaustiva, mas com algumas restrições relaxadas. Neste caso, é dada ênfase à enumeração exaustiva.

Primeiramente, pode se fazer uma análise da aplicação do Lagrangeano Aumentado em (6.1)-(6.4). Mas, para tanto, antes se deve utilizar variáveis de folga nas restrições de desigualdade de forma que sejam transformadas em igualdade¹:

$$\begin{aligned} \Theta_{CUH}(\lambda_{gh}, \lambda_q, \lambda_s) = \text{Min} \quad & -\lambda_{gh} \cdot \left(\sum_{j=1}^{Jc} ph_j(q_j, Q, s) \right) + \lambda_q \cdot Q + \lambda_s \cdot s \\ \text{sujeito a:} \quad & \sum_{j=1}^{Jc} q_j - Q = 0 \\ & ph_j(q_j, Q, s) - \beta_j = 0 \\ & \sum_{k=1}^{\Phi c_{jr}} ph_{j1}^{máx} - ph_j(q_j, Q, s) - rh - \beta_R = 0 \end{aligned} \tag{6.7}$$

onde β_j e β_R são variáveis de folga.

Desta forma, a função Lagrangeano Aumentado deste problema possui a seguinte forma:

¹ Conforme visto anteriormente, o processo de decomposição do problema de planejamento de curto prazo permite que o subproblema de alocação de unidades geradoras hidrelétricas possa ser resolvido para cada usina. Sendo assim, os índices r e t (reservatório e estágio de tempo, respectivamente) são considerados fixos e, a partir de agora, serão ocultados.

$$\begin{aligned}
\ell_A = & -\lambda_{gh} \cdot \left(\sum_{j=1}^{Jc} ph_j(q_j, Q, s) \right) + \lambda_q \cdot Q + \lambda_s \cdot s \\
& + \lambda_1 \left(\sum_{j=1}^{Jc} q_j - Q \right) + \sum_{j=1}^{Jc} \lambda_{j+1} \left(ph_j(q_j, Q, s) - \beta_j \right) + \lambda_m \left(\sum_{k=1}^{\Phi c_{jr}} ph_{j1}^{máx} - ph_j(q_j, Q, s) - rh - \beta_R \right) \\
& + \frac{1}{2\mu} \left[\left(\sum_{j=1}^{Jc} q_j - Q \right)^2 + \sum_{j=1}^{Jc} \left(ph_j(q_j, Q, s) - \beta_j \right)^2 + \left(\sum_{k=1}^{\Phi c_{jr}} ph_{j1}^{máx} - ph_j(q_j, Q, s) - rh - \beta_R \right)^2 \right]
\end{aligned} \quad (6.8)$$

onde j é o índice de unidades geradoras que estão sendo submetidas à operação e m é o número total de restrições do problema.

Para usar o método de Lagrangeano Aumentado, conforme visto no Capítulo 5, é necessário calcular o seu gradiente, o que requer antes explicitar o gradiente da função objetivo e a matriz Jacobiana do problema (6.1)-(6.4). Considerando que a função de produção de uma unidade hidrelétrica, presente nas restrições e na função objetivo, depende das funções de cota de montante e cota de jusante, altura de queda líquida e das perdas, torna-se necessário derivar todas estas funções em relação às suas variáveis de decisão. Estas derivadas relacionadas à função de produção encontram-se no Apêndice A.

Conhecidas essas derivadas pode-se então montar o gradiente da função objetivo e a matriz Jacobiana. Para tanto, considere uma usina onde existam duas unidades geradoras. O número de variáveis correspondentes é igual a 7, ou seja, as vazões turbinadas nas duas unidades q_1 e q_2 , a vazão total da usina Q , vertimento s , e as variáveis de folga associadas as restrições de limites de potência, b_j , das duas

unidades, e da restrição de reserva, \mathbf{b}_r . Já o número de restrições é igual a 5, ou seja, a restrição de conservação da massa, limites de potência das duas unidades, e a restrição de reserva girante. Sendo assim, o gradiente da função objetivo e a matriz Jacobiana são mostrados a seguir:

$$\nabla f(x) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f(x)}{\partial q_1} \\ \frac{\partial f(x)}{\partial q_2} \\ \frac{\partial Q}{\partial s} \\ \frac{\partial f(x)}{\partial \mathbf{b}_1} \\ \frac{\partial f(x)}{\partial \mathbf{b}_2} \\ \frac{\partial f(x)}{\partial \mathbf{b}_R} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -I_{gh} \left(\frac{\partial ph_1}{\partial q_1} \right) \\ -I_{gh} \left(\frac{\partial ph_2}{\partial q_2} \right) \\ -I_{gh} \left(\frac{\partial ph_1}{\partial Q} + \frac{\partial ph_2}{\partial Q} \right) + I_q \\ -I_{gh} \left(\frac{\partial ph_1}{\partial s} + \frac{\partial ph_2}{\partial s} \right) + I_s \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.9)$$

$$Jac(x) = \begin{bmatrix} \frac{\partial c_1}{\partial q_1} & \frac{\partial c_1}{\partial q_2} & \frac{\partial c_1}{\partial Q} & \frac{\partial c_1}{\partial s} & \frac{\partial c_1}{\partial \mathbf{b}_1} & \frac{\partial c_1}{\partial \mathbf{b}_2} & \frac{\partial c_1}{\partial \mathbf{b}_R} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial c_4}{\partial q_1} & \frac{\partial c_4}{\partial q_2} & \frac{\partial c_4}{\partial Q} & \frac{\partial c_4}{\partial s} & \frac{\partial c_4}{\partial \mathbf{b}_1} & \frac{\partial c_4}{\partial \mathbf{b}_2} & \frac{\partial c_4}{\partial \mathbf{b}_R} \end{bmatrix} \quad (6.10)$$

$$Jac(x) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial ph_1}{\partial q_1} & 0 & \frac{\partial ph_1}{\partial Q} & \frac{\partial ph_1}{\partial s} & -1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial ph_2}{\partial q_2} & \frac{\partial ph_2}{\partial Q} & \frac{\partial ph_2}{\partial s} & 0 & -1 & 0 \\ \frac{\partial ph_1}{\partial q_1} & \frac{\partial ph_2}{\partial q_2} & \frac{\partial ph_1}{\partial Q} + \frac{\partial ph_2}{\partial Q} & \frac{\partial ph_1}{\partial s} + \frac{\partial ph_2}{\partial s} & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

onde $Jac(x)$ é a matriz Jacobiana.

Definidos o gradiente da função objetivo e a matriz Jacobiana, o gradiente da função Lagrangeano Aumentado pode ser escrito da forma mostrada a seguir:

$$\nabla \ell_A(x) = \begin{bmatrix} -I_{gh} \left(\frac{\partial ph_1}{\partial q_1} \right) \\ -I_{gh} \left(\frac{\partial ph_2}{\partial q_2} \right) \\ -I_{gh} \left(\frac{\partial ph_1}{\partial q_1} + \frac{\partial ph_2}{\partial q_2} \right) + I_q \\ -I_{gh} \left(\frac{\partial ph_1}{\partial q_1} + \frac{\partial ph_2}{\partial q_2} \right) + I_s \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \left(I_1 - \frac{c_1(x)}{m} \right) \left(1 + 2 \cdot \frac{\partial ph_1}{\partial q_1} \right) \\ \left(I_2 - \frac{c_2(x)}{m} \right) \left(1 + 2 \cdot \frac{\partial ph_2}{\partial q_2} \right) \\ \left(I_3 - \frac{c_3(x)}{m} \right) \left(2 \cdot \frac{\partial ph_1}{\partial Q} + 2 \cdot \frac{\partial ph_2}{\partial Q} \right) \\ \left(I_4 - \frac{c_4(x)}{m} \right) \left(2 \cdot \frac{\partial ph_1}{\partial s} + 2 \cdot \frac{\partial ph_2}{\partial s} \right) \\ - \left(I_5 - \frac{c_5(x)}{m} \right) \\ - \left(I_6 - \frac{c_6(x)}{m} \right) \\ \left(I_7 - \frac{c_7(x)}{m} \right) \end{bmatrix} \quad (6.11)$$

Assim, definidos a função Lagrangeano Aumentado e seu respectivo gradiente, o problema contínuo (6.1)-(6.4) está pronto para ser submetido a um algoritmo de solução.

6.3 Implementação Computacional

O algoritmo desenvolvido para resolver os subproblemas contínuos de despacho da geração hidrelétrica possui a estrutura detalhada na Figura 6.1. Segundo a figura, existem dois grupos de subrotinas neste algoritmo: o primeiro diz respeito a definição do problema a ser resolvido, descrevendo a função objetivo, restrições, gradiente da função objetivo e o Jacobiano da matriz de restrições; o segundo trata da solução propriamente dita do problema, incluindo a rotina *Simulador* que calcula a potência de saída para cada unidade geradora, Ph_j .

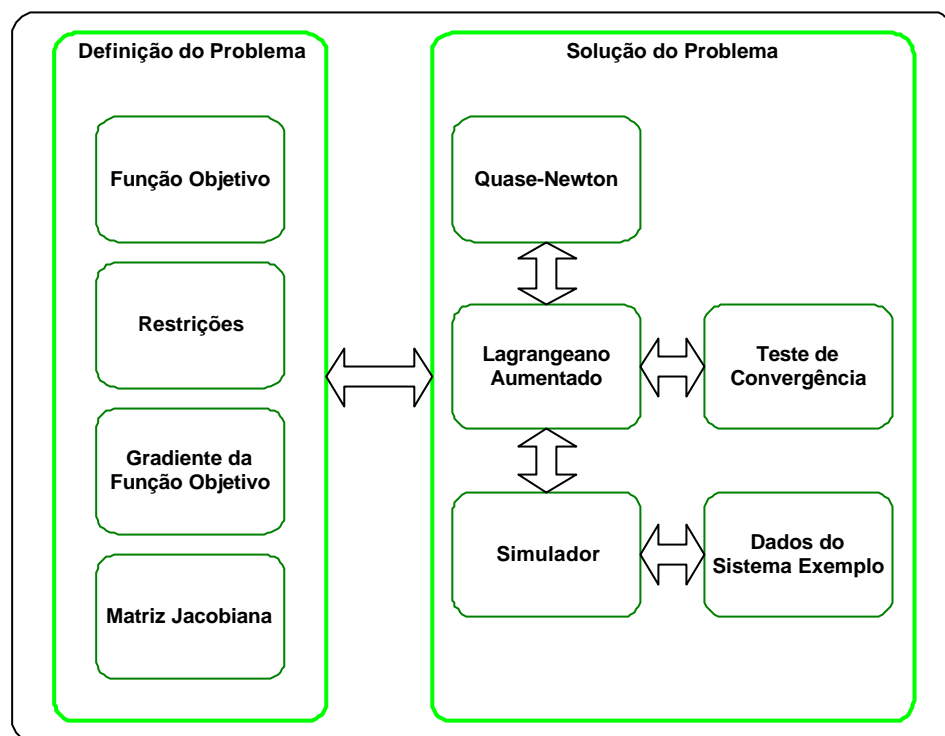


Figura 6.1 –Diagrama Esquemático da Implementação Computacional.

Para a solução do problema, o algoritmo utiliza os métodos salientados no capítulo anterior mas, com relação ao processo iterativo de Quase-Newton, aqui foi utilizado um pacote da IMSL Compaq® [78], para Fortran 90.

Para começar este processo iterativo é necessário estabelecer alguns parâmetros iniciais, ou seja, multiplicadores de Lagrange, parâmetro de penalidade, m e a constante de atualização, σ . Os multiplicadores iniciais devem ser tão próximos quanto possível de zero e o parâmetro de penalidade tendendo ao infinito. Além disso, é preciso definir as tolerâncias para o critério de convergência, ou seja, o número máximo de iterações (*out-iteration*) e o valor máximo que a norma do gradiente do Lagrangeano Aumentado pode ter para se considerar o processo iterativo finalizado.

Com relação ao ponto inicial do processo iterativo, partindo-se do pressuposto de que elevados despachos serão obtidos na solução, este algoritmo escolhe para o ponto inicial, valores máximos de vazões turbinadas e, conseqüentemente, da vazão total e das potências de saída de cada unidade, além de vazão de vertimento nula.

6.4 Resultados Obtidos

Para aplicar o algoritmo desenvolvido utilizaram-se neste trabalho as usinas de Salto Osório e Tucuruí.

6.1.1 Usina Hidrelétrica de Salto Osório

Para solucionar o problema de despacho das unidades geradoras, conforme visto no Capítulo 2, são necessárias informações com relação às funções de cota de montante e jusante, perdas hidráulicas e do rendimento de cada conjunto turbina-gerador (oriundo da curva-colina). Particularmente, a Usina de Salto Osório possui 6 unidades geradoras, havendo 4 unidades de um tipo e 2 unidades de outro tipo. Assim, os dados referentes a cada unidade são mostrados nas Tabelas 6.1 e 6.2²:

² Para usinas a fio d'água, como Salto Osório, a função de cota de montante é considerada fixa.

Tabela 6.1 – Coeficientes de Cotas de Montante Jusante e Rendimento de Cada Unidade da Usina Salto Osório.

Coeficientes			
Cota de Montante	Cota de Jusante	Rendimento Unidade Tipo 1	Rendimento Unidade Tipo 2
$a_0 = 0.3970000\text{E}+03$	$b_0 = 0.3218369\text{d}+03$	$r_0 = 2.706955\text{d}-001$	$r_0 = 7.769177\text{d}-002$
$a_1 = 0.0$	$b_1 = 0.2280990\text{d}-02$	$r_1 = 1.214682\text{d}-003$	$r_1 = 3.305204\text{d}-003$
$a_2 = 0.0$	$b_2 = -0.1402710\text{d}-06$	$r_2 = 1.431059\text{d}-002$	$r_2 = 1.180350\text{d}-002$
$a_3 = 0.0$	$b_3 = 0.3841880\text{d}-11$	$r_3 = 4.112108\text{d}-005$	$r_3 = 5.755679\text{d}-006$
$a_4 = 0.0$	$b_4 = -0.5363039\text{d}-16$	$r_4 = -8.334337\text{d}-006$	$r_4 = -6.962090\text{d}-006$
		$r_5 = -1.728182\text{d}-004$	$r_5 = -9.394619\text{d}-005$

Tabela 6.2 – Dados Complementares.

Coeficiente de Perdas Hidráulicas	1.7405d-5 [m]
Volume Mínimo do Reservatório	1124.00 [Hm ³]
Volume Máximo do Reservatório	1124.00 [Hm ³]
Número de Unidades geradoras	6
Número de Faixas Operativas	1
Engolimento Máximo	301.0 [m ³ /s]
Potência Mínima – Tipo 1	120.0 [MW]

Potência Máxima – Tipo 1	182.0 [MW]
Potência Mínima – Tipo 2	120.0 [MW]
Potência Máxima – Tipo 2	175.0 [MW]
Influência do Vertimento sobre a Altura de Queda Líquida	SIM

Para essas simulações, é necessário definir os multiplicadores oriundos do problema dual e, também, a reserva girante alocada à usina:

Tabela 6.3 – Multiplicadores da Função Objetivo e Reserva Girante.

l_{gh}	l_q	l_s	rh
2.7	2.0	1.0	42 [MW]

Considerando como configuração de referência todas as unidades em operação, a convergência do processo iterativo é mostrada na Figura 6.2. Note-se que a norma do gradiente do Lagrangeano Aumentado apresenta valores próximos a zero em algumas iterações, mas como as restrições do problema ainda não são atendidas, a convergência é verificada somente na iteração 35. Lembrando-se da equação (5.6), as violações das restrições são ponderadas no gradiente do Lagrangeano Aumentado pelo parâmetro de penalidade m o que justifica esses valores do gradiente mesmo quando as restrições não são atendidas (m relativamente alto).

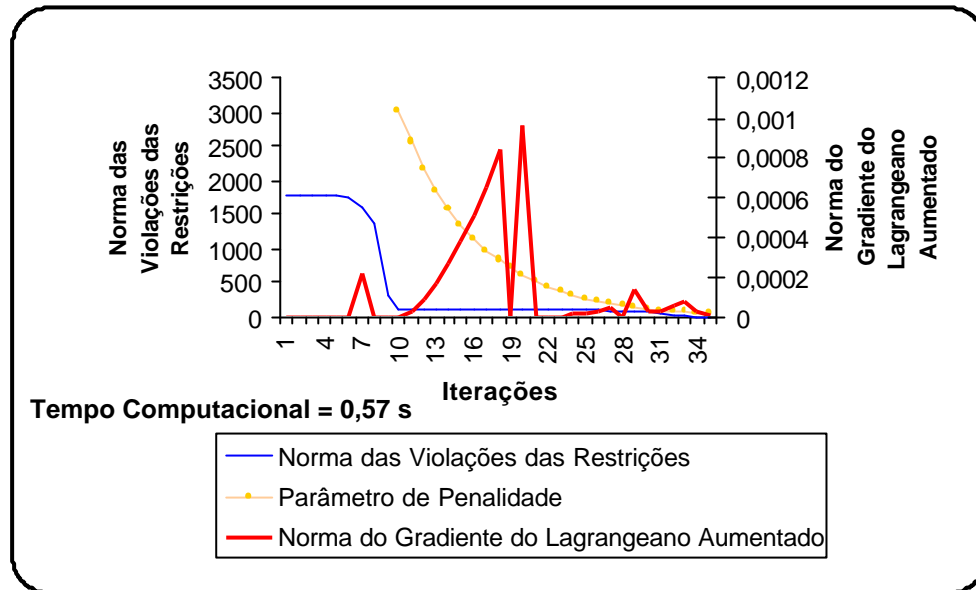


Figura 6.2 – Salto Osório –Convergência.

A Figura 6.3 mostra a evolução das variáveis mais importantes: vazão turbinada, q_j , nível de geração, ph_j , e a variável de folga da restrição de reserva girante³, β_h :

³ Observar que a reserva mínima da usina é fixada em 42 MW, portanto a folga de reserva corresponde ao montante de geração não despachada que excede esta reserva mínima.

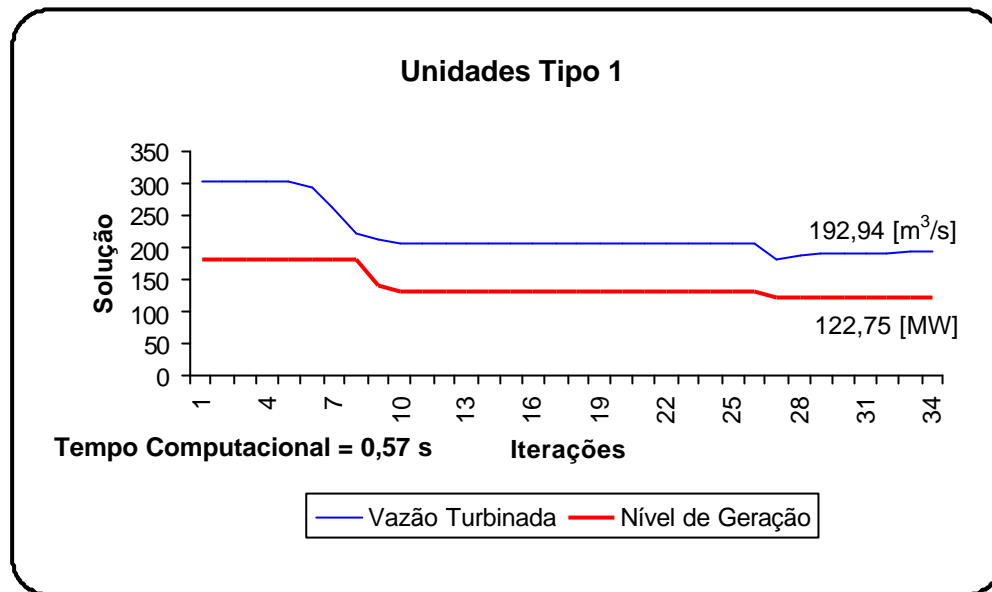


Figura 6.3 (a) – Salto Osório – Solução – Unidades Tipo 1.

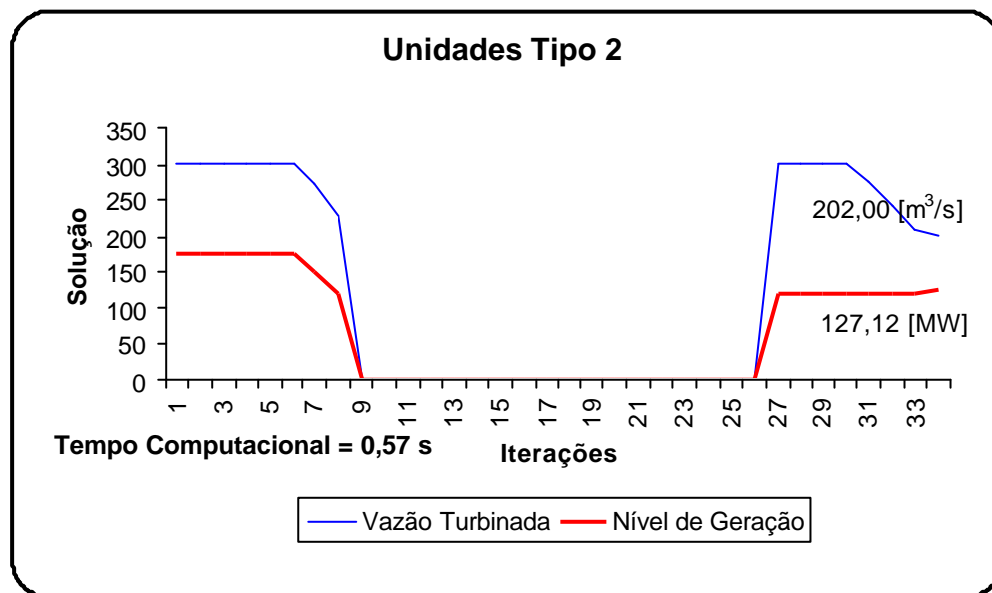


Figura 6.3 (b) – Salto Osório – Solução – Unidades Tipo 2.

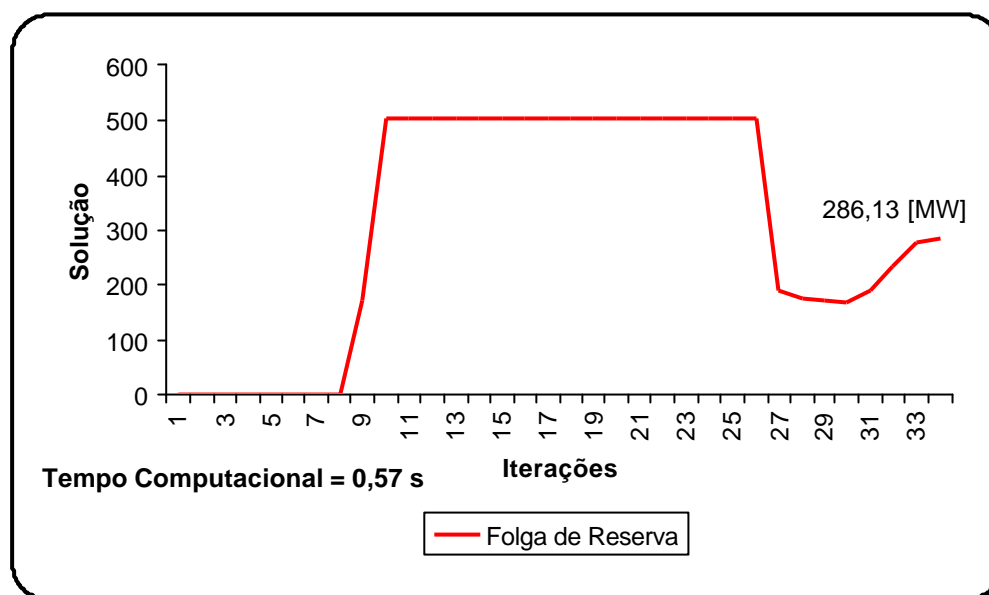


Figura 6.3(c) – Salto Osório – Solução – Folga de Reserva.

Esta simulação convergiu em aproximadamente 35 iterações. O interessante neste caso é o comportamento das variáveis relacionadas às unidades do tipo 2. O algoritmo, durante as iterações 7 e 27, evita o despacho das unidades do tipo 2, o que pode ser observado pela Figura 6.3(b), portanto, preferindo o despacho das unidades do tipo 1. Esta afirmação pode ser comprovada comparando-se os valores da função objetivo para esta configuração de referência (6 unidades em operação) com uma configuração alternativa onde 4 unidades estão em operação. Para o caso com 6 unidades, o valor da função objetivo é de 323,03 enquanto para o caso com 4 unidades, o valor da função objetivo é de 202,3. Portanto, a tendência do algoritmo em evitar o despacho das unidades do tipo 2, para esse preço de potência (λ^{gh}), é confirmada.

No tocante à vazão de vertimento o seu valor manteve-se igual a zero durante todo o processo iterativo. Este fato é justificado, pois λ^s possui valor maior que zero, indicando que o vertimento causa incremento do custo de operação. Assim, o

vertimento em uma usina será maior que zero quando o multiplicador λ_s for negativo.

Com relação ao atendimento das restrições, a Figura 6.4 mostra a evolução da viabilidade da solução:

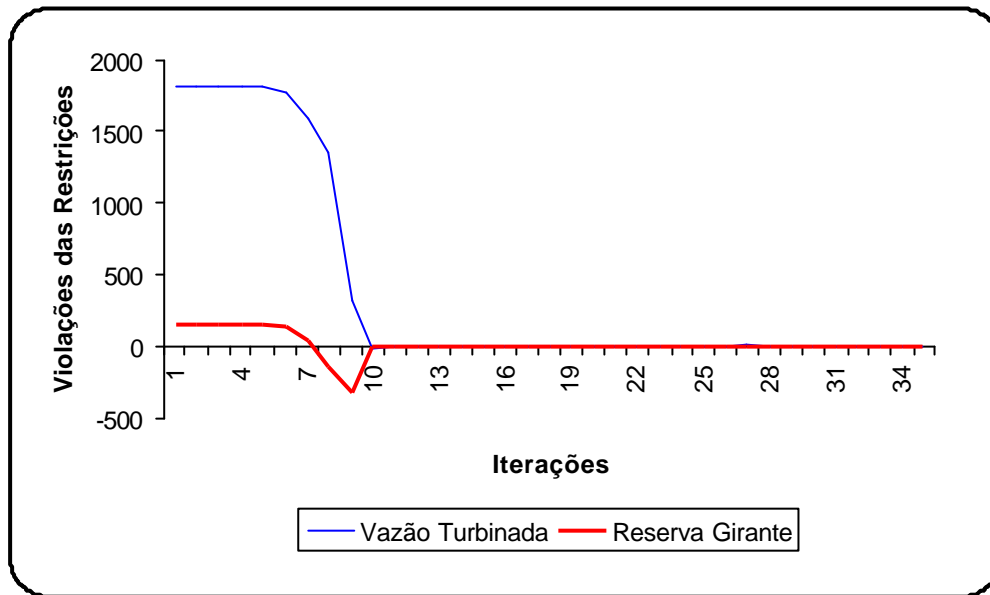


Figura 6.4 (a) – Salto Osório – Restrições de Vazão Turbinada e de Reserva Girante.

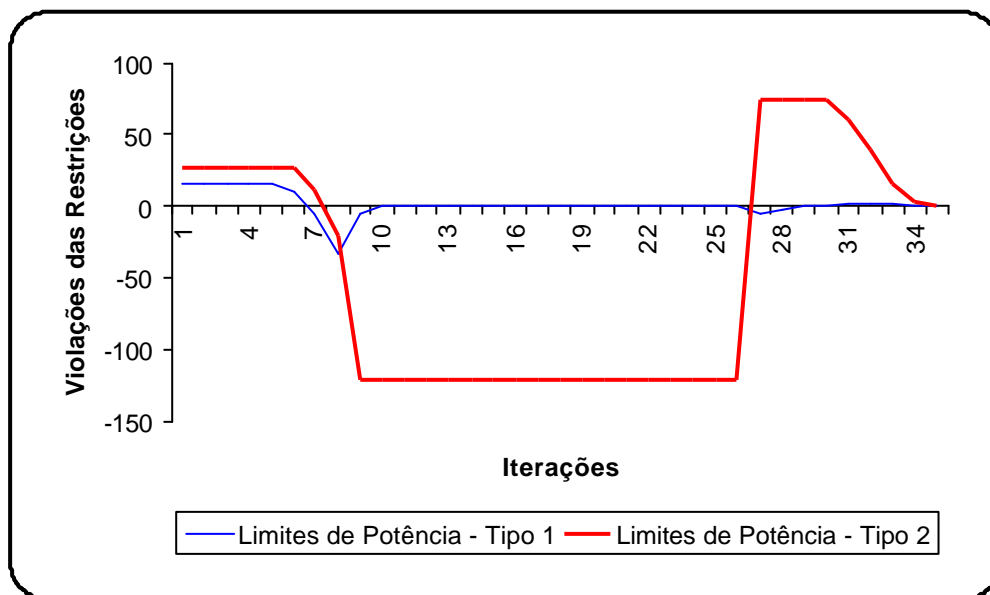


Figura 6.4 (b) – Salto Osório – Restrições de Limites de Potência.

Novamente aqui é reforçada a tendência do algoritmo em não despachar as unidades do tipo 2. Pode-se observar o não atendimento da restrição de limites de potência dessas unidades entre as iterações 7 e 27. Outro aspecto importante diz respeito ao atendimento da Restrição (6.2) (vazão total da usina, Q). Aproximadamente entre as iterações 25 e 28, o algoritmo é obrigado a atender esta restrição, fazendo com que a vazão total se iguale ao somatório das vazões turbinadas. Como a potência da saída depende da vazão total da usina⁴, Q , este fato justifica o decréscimo de geração nestas iterações, conforme pode ser visto nas figuras 6.3 e 6.4.

No tocante aos multiplicadores de Lagrange, conforme pode ser observado na Figura 6.5, ao convergir o processo, somente o multiplicador associado à restrição de igualdade (vazão turbinada) manteve-se diferente de zero, com valor igual a $-2,0$, indicando que uma variação positiva⁵ dessa restrição resultaria numa redução do custo de operação. Nas demais restrições, que são de desigualdade, os multiplicadores de Lagrange, λ_m , são nulos visto que tais restrições não são limitantes.

Outra peculiaridade nesta simulação é a observação do multiplicador da restrição de limites de potência das unidades do tipo 2. Note-se que o algoritmo tenta resolver o problema sem o despacho dessas unidades, uma vez que entre as iterações 7 e 27, o algoritmo leva o despacho das unidades do tipo 2 para valores próximos à zero, portanto violando a potência mínima da unidade.

⁴ Conforme visto no Capítulo 2, o aumento da vazão total da usina faz com que o nível da cota de jusante também cresça. Neste caso, a altura de queda líquida diminui, o que acarreta na perda de rendimento e, conseqüentemente, em decréscimos do nível de geração.

⁵ Uma violação positiva dessa restrição significa aumentar a vazão turbinada (q_j) além do valor considerado ótimo pelo sistema como um todo (Q).

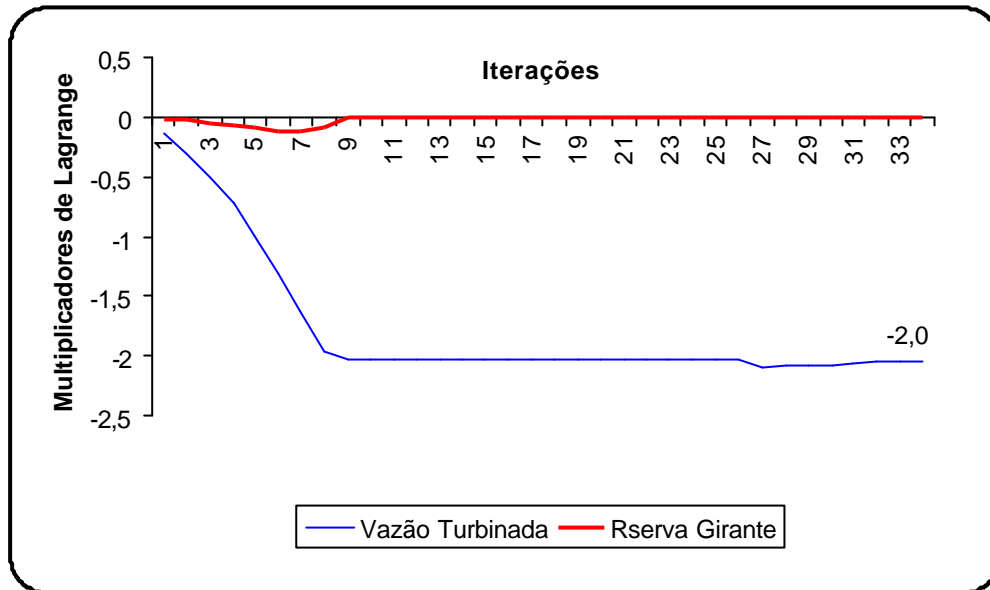


Figura 6.5(a) – Salto Osório – Multiplicadores de Lagrange – Restrições de Vazão Turbinada e de Reserva Girante.

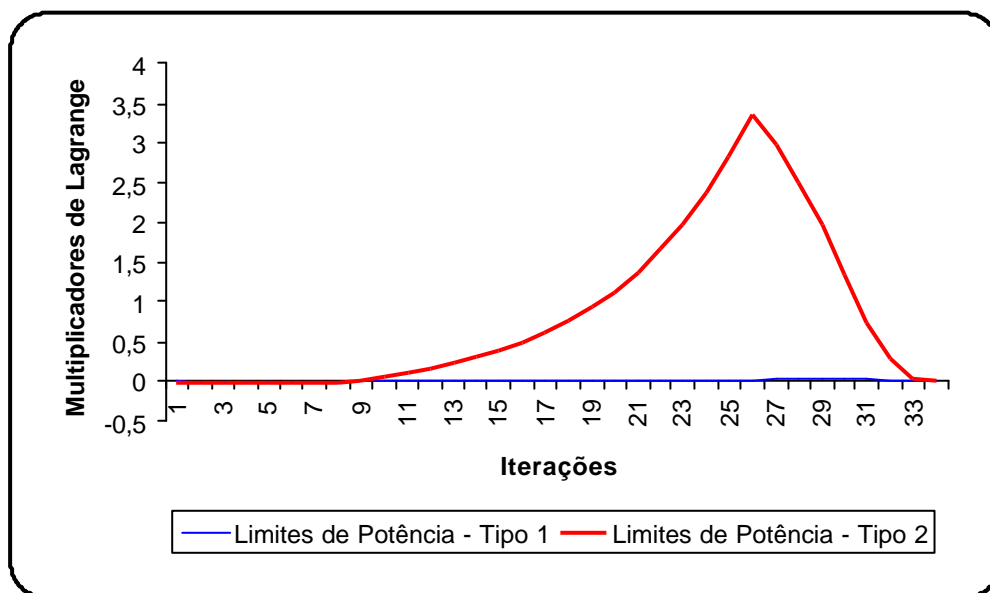


Figura 6.5(b) – Salto Osório – Multiplicadores de Lagrange – Restrições de Limites de Potência.

Para o caso de Salto Osório, pode se fazer toda a enumeração exaustiva e verificar qual é a alocação ótima das unidades. O resultado desta enumeração exaustiva pode ser observado na Tabela 6.4:

Tabela 6.4 – Salto Osório – Enumeração Exhaustiva.

Valores da Função Objetivo		Número de Unidades do Tipo 1				
		0	1	2	3	4
Número de Unidades do Tipo 2	0	0,0	44,3	92,3	144,3	199,6
	1	44,5	92,4	145,6	201,9	261,1
	2	91,2	142,6	198,8	257,8	319,3

Como podem ser observados na tabela acima, os valores da função objetivo são maiores que zero, com exceção da combinação de nenhum despacho, ou seja, todas as unidades fora de operação. Assim, por meio da enumeração exhaustiva pode-se verificar que, a melhor opção é não despachar nenhuma unidade geradora desta usina (valor da função objetivo igual a zero).

Este resultado da alocação das unidades é justificado visto que o preço da potência (λ_{gh}) é relativamente baixo comparado ao valor da água (λ_q). Para um caso onde esse preço λ_{gh} fosse maior, 3,15 por exemplo, o resultado da enumeração exhaustiva é apresentado na Tabela 6.5.

Tabela 6.5 – Salto Osório – Enumeração Exaustiva - $l_{gh} = 3,15$.

Valores da Função Objetivo		Número de Unidades do Tipo 1				
		0	1	2	3	4
Número de Unidades do Tipo 2	0	0,0	-17,30	-44,81	-57,98	-63,52
	1	-14,68	-46,15	-62,76	-67,10	-67,10
	2	-45,63	-65,56	-72,38	-70,98	-64,21

Nesta situação, com o preço da potência mais alto, para alocação ótima dos geradores, devem estar em operação 2 unidades do tipo 1 e 2 unidades do tipo 2. Ressalta-se aqui a sensibilidade do algoritmo o qual identifica que uma solução com 3 unidades do tipo 1 e 2 do tipo 2 (5 unidades no total) é levemente inferior à solução encontrada.

6.1.2 Usina Hidrelétrica de Tucuruí

A usina de Tucuruí é considerada aqui como possuindo 23 máquinas idênticas⁶. Para iniciar esta análise, assim com Salto Osório, é necessário saber algumas características físicas da usina e das unidades geradoras, mostradas nas Tabelas 6.6 e 6.7:

⁶ Na verdade a usina de Tucuruí possui 12 unidades em operação. As máquinas restantes fazem parte da expansão dessa usina que ocorrerá até 2006. Como não se tem de antemão as curvas-colina dessas novas unidades considera-se então como se todas as unidades fossem idênticas.

Tabela 6.6 – Coeficientes de Cotas de Montante Jusante e Rendimento de Cada Unidade da Usina de Tucuruí.

Coeficientes		
Cota de Montante	Cota de Jusante	Rendimento
$a_0 = 0.2939248d+03$	$b_0 = 0.2799539d+03$	$r_0 = 2.500790d-001$
$a_1 = 0.3600590d-02$	$b_1 = 0.4268529d-04$	$r_1 = 3.211817d-003$
$a_2 = -0.1846150d-06$	$b_2 = 0.4249710d-07$	$r_2 = 2.494143d-003$
$a_3 = 0.5877640d-11$	$b_3 = -0.3101150d-11$	$r_3 = 7.734863d-00$
$a_4 = -0.7503619d-16$	$b_4 = 0.6556129d-16$	$r_4 = -4.714950d-006$
		$r_5 = -4.868354d-005$

Tabela 6.7 – Dados Complementares.

Coeficiente de Perdas Hidráulicas	4.232900d-06 [m]
Volume Mínimo do Reservatório	13487.00 [Hm ³]
Volume Máximo do Reservatório	45500.00 [Hm ³]
Número de Unidades geradoras	23
Número de Faixas Operativas	1
Engolimento Máximo	624.0 [m ³ /s]
Potência Mínima	160.0 [MW]
Potência Máxima	375.0 [MW]

Influência do Vertimento sobre a Altura de Queda Líquida	SIM
---	-----

Para as simulações desta usina é necessário definir os multiplicadores oriundos do problema dual, ou seja, λ_{gh} , λ_q e λ_s , e também o valor da reserva girante alocada a esta usina, os quais são apresentados na tabela 6.7.

Tabela 6.7 – Multiplicadores da Função Objetivo do Primeiro Subproblema e Reserva Girante.

λ_{gh}	λ_q	λ_s	rh
10.0	2.0	1.0	42.0 [MW]

Para esta simulação considere a situação em que 15 unidades encontram-se em operação. O comportamento do processo iterativo neste caso é semelhante à Salto Osório, convergindo em 31 iterações, como mostra a Figura 6.6.

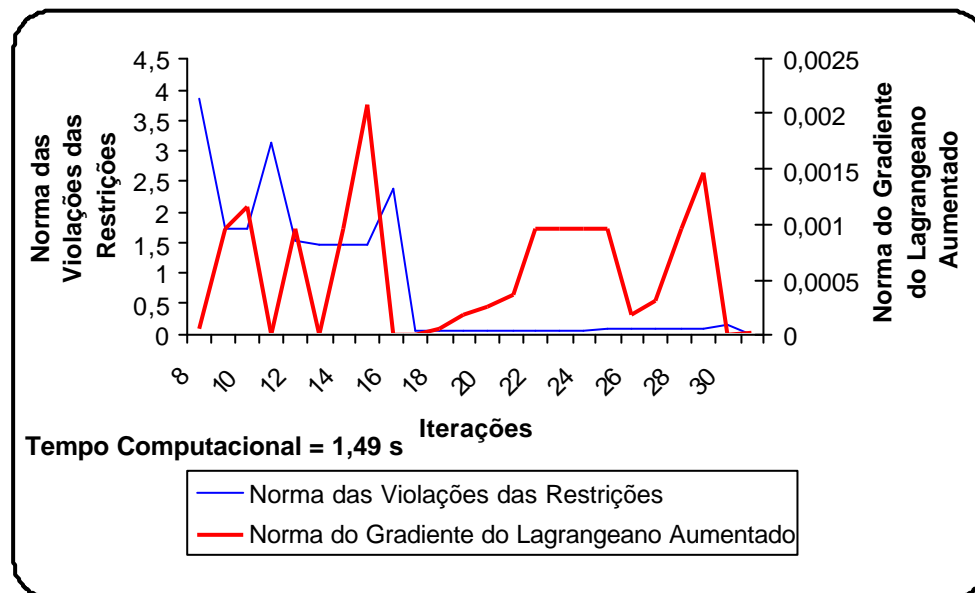


Figura 6.6 – Tucuruí – Convergência.

Assim, pode-se observar o comportamento da solução do problema de despacho, o atendimento das restrições e os respectivos multiplicadores de Lagrange, conforme mostram as Figuras 6.7-6.9:

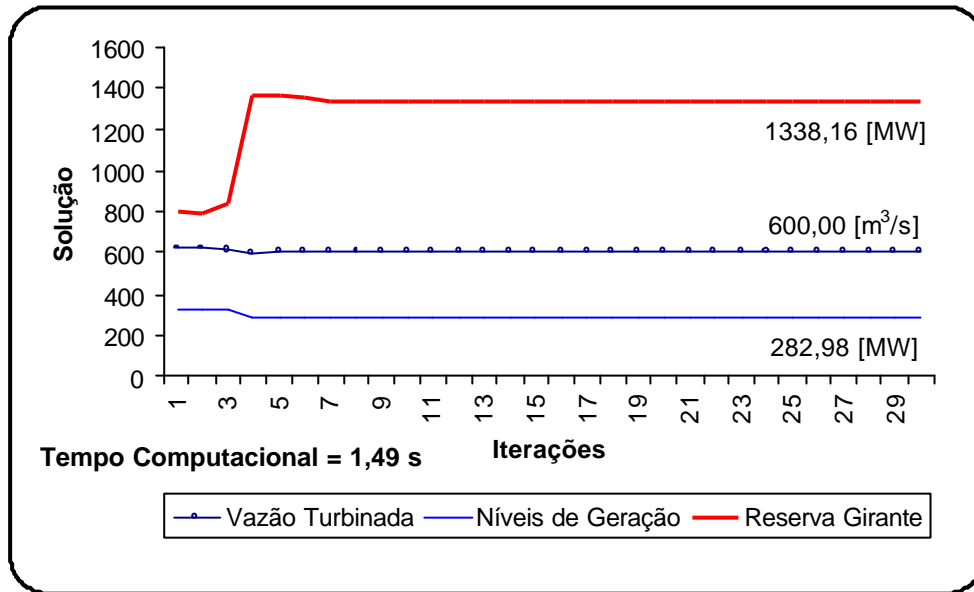


Figura 6.7 – Tucuruí – Solução.

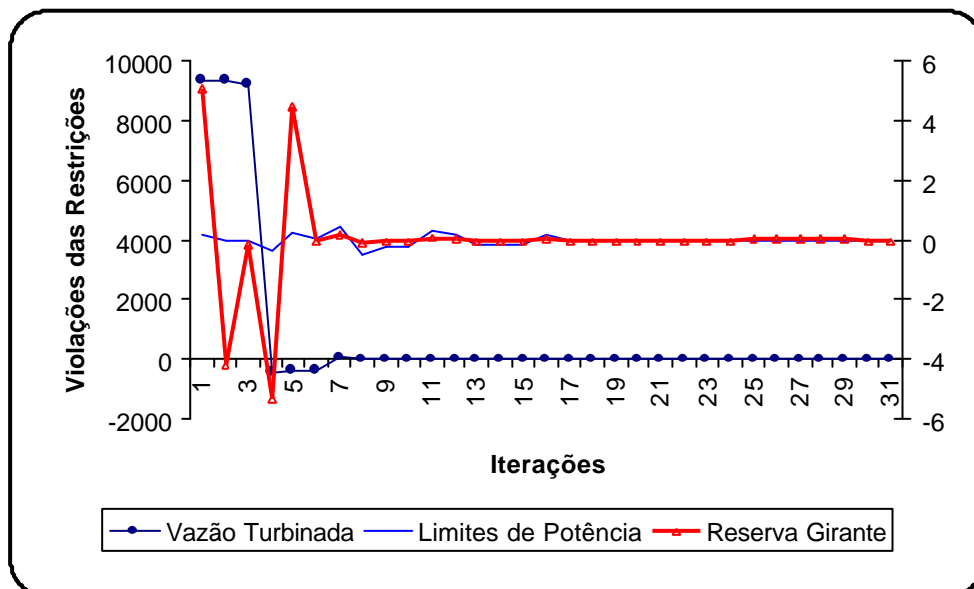


Figura 6.8 – Tucuruí – Restrições.

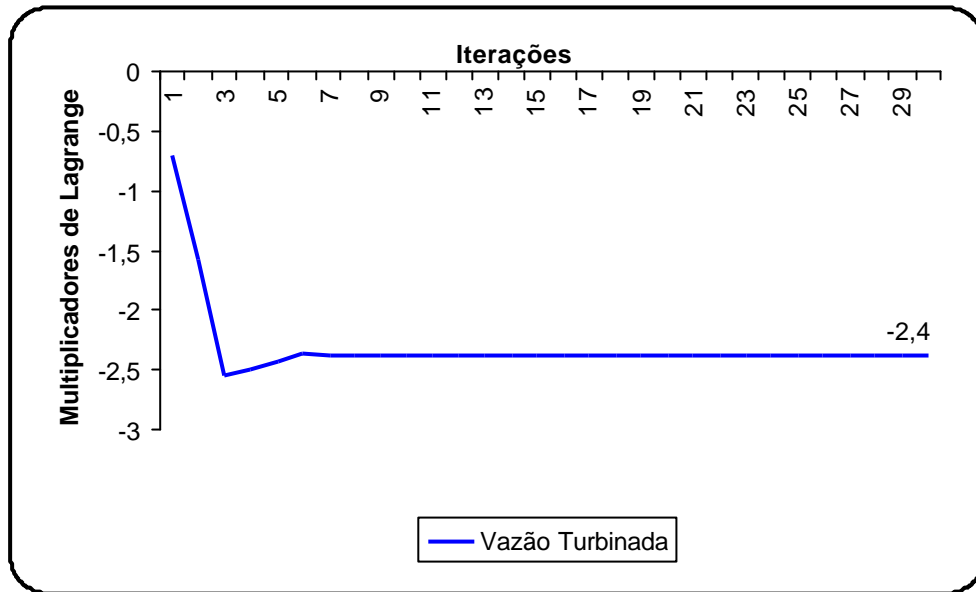


Figura 6.9(a) – Tucuruí - Multiplicadores de Lagrange – Vazão Turbinada.

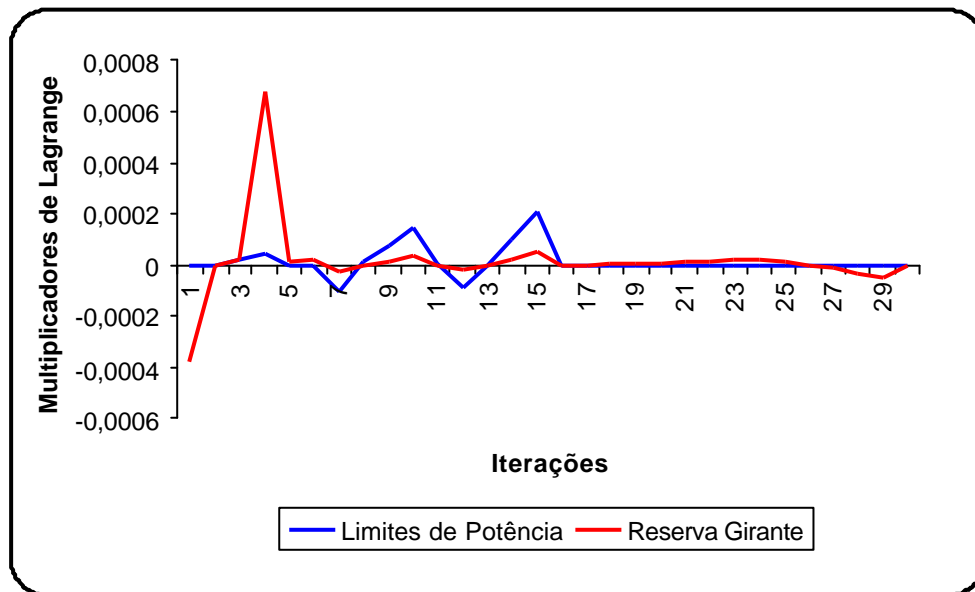


Figura 6.9(b) – Tucuruí - Multiplicadores de Lagrange – Limites de Potência e Reserva Girante.

Mesmo havendo somente um tipo de unidades geradoras, a evolução da solução durante o processo iterativo foi semelhante ao caso de Salto Osório. O mesmo acontece com o atendimento das restrições. A restrição de vazão total da usina é

atendida entre as iterações 5 à 10, ocasionando um decréscimo dos níveis de geração nestas iterações, em virtude do aumento da vazão total Q , já que esta vazão aumenta o nível de cota de jusante, diminuindo a altura de queda líquida e, conseqüentemente, a potência de saída de cada unidade geradora. Sendo esta mesma restrição a única ativa na solução deste problema, somente o multiplicador de Lagrange associado a esta restrição convergiu a um valor diferente de zero (semelhante à Salto Osório).

Ainda em relação aos multiplicadores de Lagrange, para os casos onde a solução do problema indica um despacho dos níveis de geração em seus limites ($ph_j = ph^{min}$ ou $ph_j = ph^{max}$) os multiplicadores associados às restrições de limites de potência tornam-se diferentes de zero:

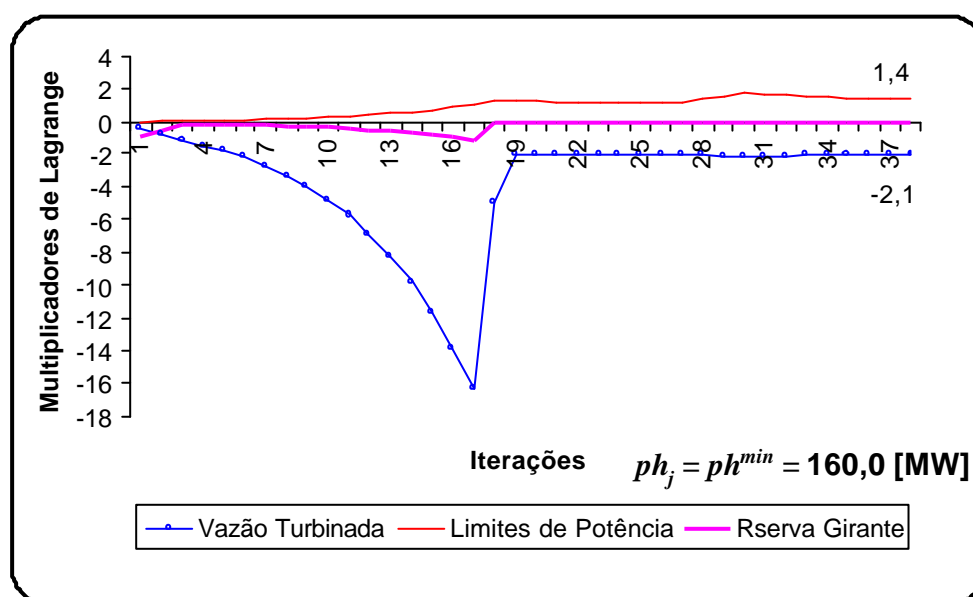


Figura 6.10 – Tucuruí – Multiplicadores de Lagrange – l_{gh} igual a 2,0.

As simulações até aqui realizadas ilustraram o processo iterativo da solução do problema de despacho de unidades geradoras hidrelétricas. Caso resolva-se um problema de despacho para cada combinação possível da Usina de Tucuruí,

caracterizando uma enumeração exaustiva, estar-se-á solucionando também o problema de alocação de unidades geradoras hidrelétricas, avaliando-se os valores da função objetivo para cada situação. Considerando um multiplicadores λ_{gh} igual a 2,0, a solução do problema de alocação de unidades geradoras hidrelétricas por meio da enumeração exaustiva pode ser vista na Figura 6.11:

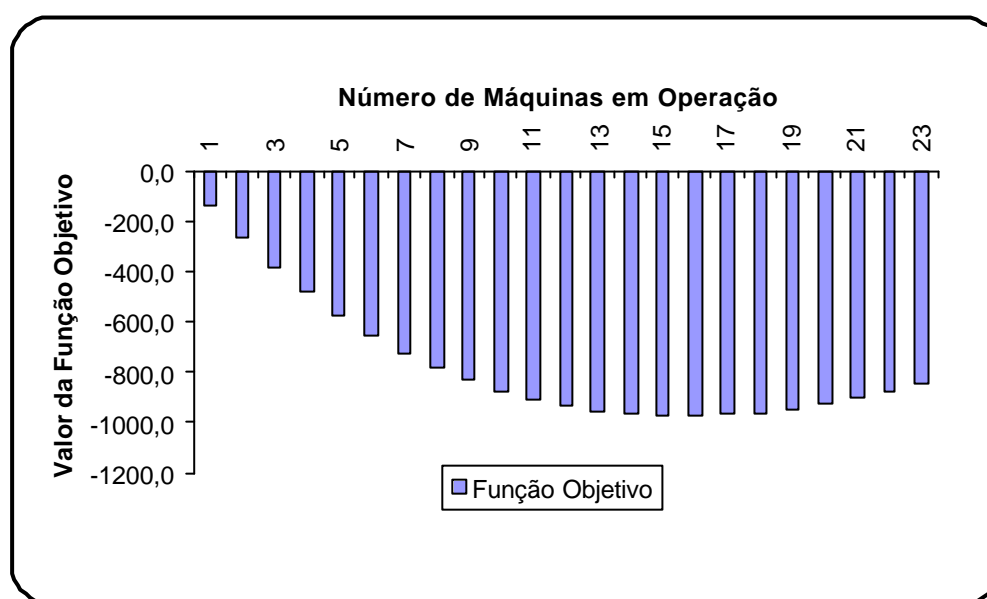


Figura 6.11 – Tucuruí – Enumeração Exaustiva.

Percebe-se neste caso a presença da natureza não-linear da função de produção de uma unidade geradora hidrelétrica. Pode-se notar também que, por meio da enumeração exaustiva, o ponto ótimo de operação ocorre para 16 unidades em operação, com um valor de função objetivo igual a -974.8.

É relevante salientar que esta solução para a alocação de unidades geradoras pôde ser determinada em virtude da modelagem detalhada destas unidades hidrelétricas. Este resultado não seria possível de se obter caso fosse utilizado uma modelagem da função de produção destas unidades como uma função linear da vazão turbinada, ou seja, considerando o rendimento de cada unidade constante ($ph_j = k \times q_j$). Desta forma,

a solução para a alocação das unidades tenderia a despachar todas as unidades com os níveis de geração no máximo.

Por fim, uma outra avaliação que pode ser feita é verificar o comportamento dos valores da função objetivo, variando o valor de λ_{gh} . Simulando para o caso onde o número de unidades é fixo em dez máquinas, para Tucuruí, obtém-se:

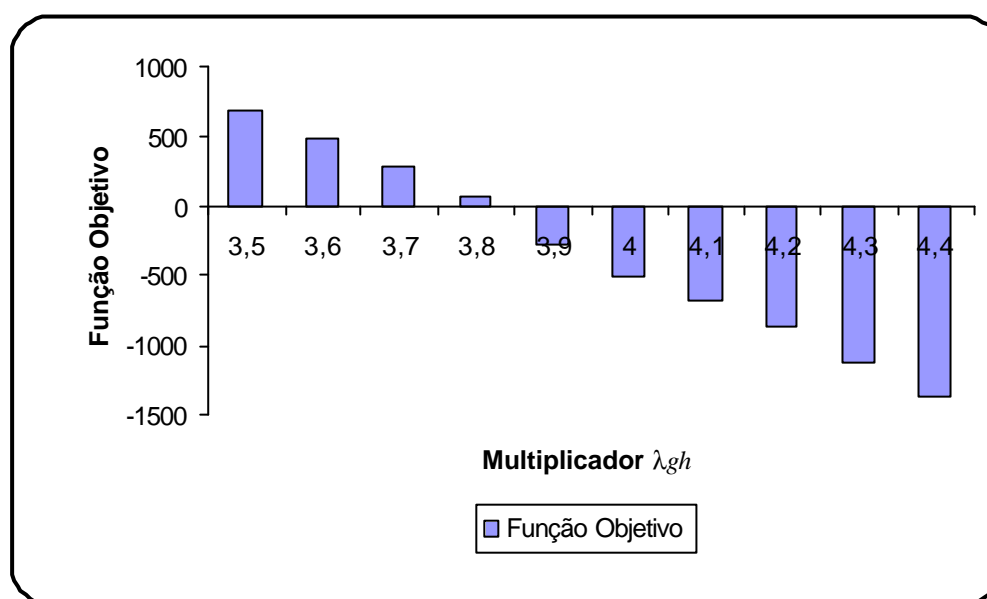


Figura 6.12 – Tucuruí – Comportamento da função objetivo variando-se o multiplicador associado a potência de saída.

Segundo a figura acima, pode-se notar que existe uma pequena variação dos valores de λ_{gh} que acarreta em uma variação significativa nos valores da função objetivo.

6.1.3 Vazão de Vertimento

Nas simulações até aqui realizadas verificou-se que a vazão de vertimento manteve-se nula durante os processos iterativos. Este fato é justificado pela presença do multiplicador desta variável, λ_s , ser maior que zero, o que faz o processo iterativo deixar esta vazão sempre igual a zero.

A idéia agora é verificar o comportamento deste subproblema de despacho das unidades quando este multiplicador λ_s tiver valores menores que zero. Para tanto, tomando-se os multiplicadores da Tabela 6.6, para a Usina de Tucuruí, mas alterando λ_s para o valor $-1,0$, o algoritmo soluciona este problema da seguinte forma:

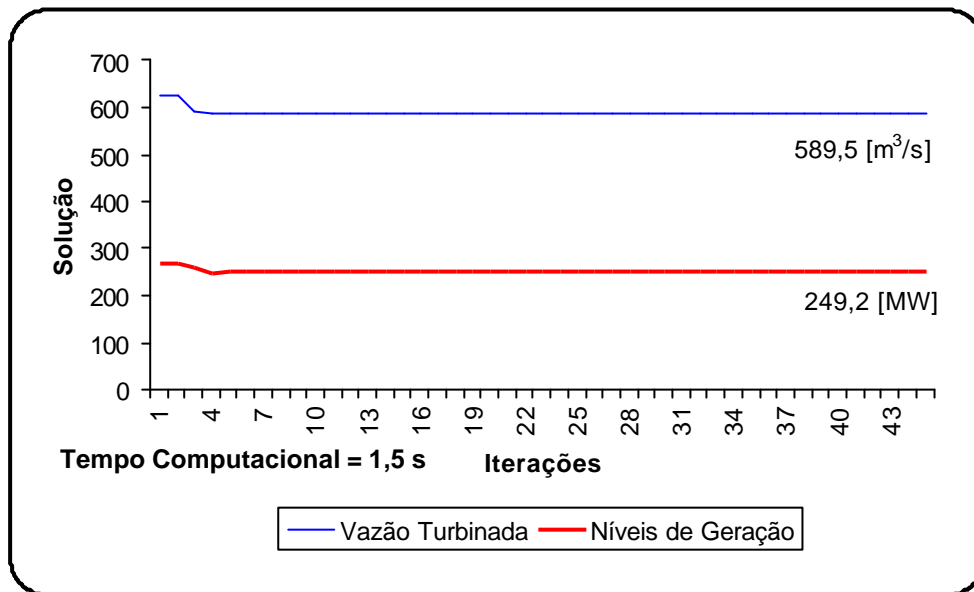


Figura 6.13 (a) – Solução para o caso de vertimento – Vazão Turbinada e Níveis de Geração.

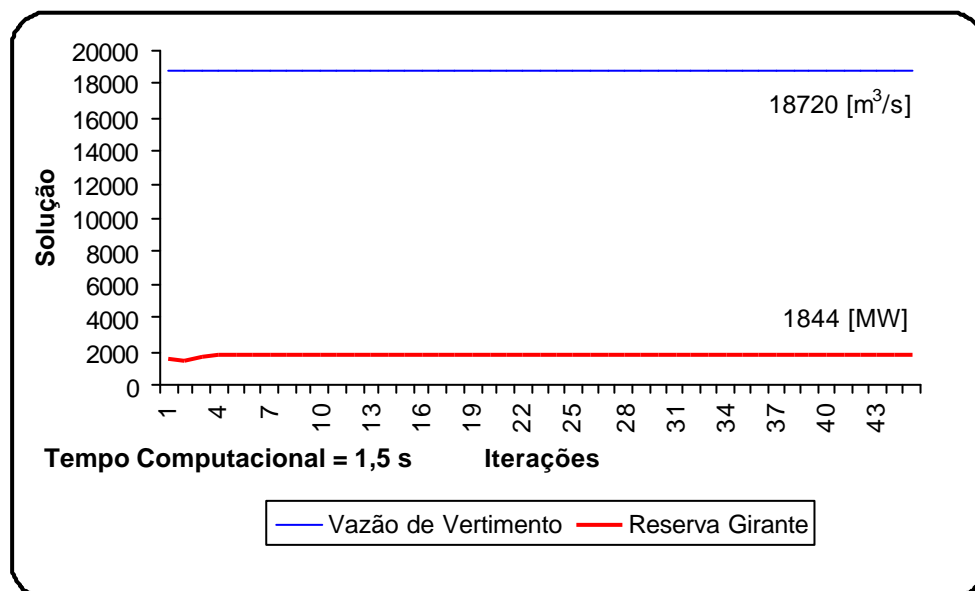


Figura 6.13 (b) – Solução para o caso de vertimento – Vazão de Vertimento e Reserva Girante.

Para essa simulação, utilizou-se como vazão máxima de vertimento permitido o dobro do máximo da vazão total da usina, ou seja, 18720,0 [m³/s]. Este valor pode ser verificado durante todo o processo iterativo para o caso de λ_s igual a -1,0. Nesta situação, pode-se observar um aumento da vazão turbinada e diminuição dos níveis de geração, quando comparados à simulação anterior de Tucuruí. Como a cota de jusante desta usina sobre influência da vazão de vertimento (ver Tabela 6.6) o rendimento das unidades geradoras decresce, o que justifica o comportamento dos níveis de geração, como mostrou a Figura 6.13 (a).

6.5 Conclusões

Neste capítulo foram abordadas a aplicação do método de Lagrangeano Aumentado no problema de despacho de unidades geradoras hidrelétricas, a implementação computacional para solução destes problemas e alguns resultados experimentais.

Conforme visto, os resultados aqui obtidos mostram claramente o efeito da modelagem detalhada das unidades geradoras hidrelétricas, onde, os níveis de geração das unidades dependem da vazão turbinada e de vertimento, da altura de queda líquida. Também pôde ser observado que, dependendo dos multiplicadores oriundos do problema dual, o despacho das usinas pode não ser vantajoso quando o valor da água λ_q é relativamente alto, comparando com o preço da energia λ_{gh} .

Com relação ao problema de alocação de unidades geradoras hidrelétricas, este capítulo demonstrou o efeito das não-linearidades da modelagem abordada observando-se que a alocação ótima das unidades, conforme a Figura 6.11, pode ser inferior ao número máximo de unidades.

Para os casos onde usinas hidrelétricas possuem unidades diferentes pode ser vantajoso utilizar mais um determinado tipo de unidades do que outras. Para o exemplo de Salto Osório, a simulação aqui discutida mostra que, como a curva-colina de unidades são diferentes, o despacho pode definir níveis de geração concentrados em um determinado tipo de unidade geradora.

Por último, na situação onde o multiplicador da variável vazão de vertimento, λ_s , for menor que zero, o despacho será favorável para a maior geração hidrelétrica possível. Esta característica pode abrir caminhos para a formulação de uma heurística que possa auxiliar na enumeração exaustiva, não sendo necessária a investigação de todo o espaço de estados, uma vez que é esperado um grande número de unidades despachadas.

CAPÍTULO 7

CONCLUSÕES

7.1 O Problema de Planejamento da Operação de Curto Prazo

O planejamento da operação energética, conforme foi salientado no capítulo de introdução, possui por objetivo minimizar o valor esperado dos custos operativos respeitando as restrições do parque gerador e do sistema como um todo. Para sistemas hidrotérmicos, com predominância hidrelétrica, os estudos de planejamento têm horizontes de longo prazo, em face a regularização plurianual dos reservatórios.

Sendo assim, o planejamento da operação é dividido em duas etapas: planejamento de longo prazo e planejamento de curto prazo. Com relação ao curto prazo, as unidades geradoras do sistema são alocadas de forma a cumprir os condicionantes estabelecidos pelo planejamento de longo prazo. No horizonte de curto prazo a modelagem das unidades geradoras hidrelétricas (visto a predominância deste tipo de geração) deve ser detalhada a ponto de considerar de forma realista todas as particularidades da função de produção dessas usinas, e assim, assegurando o uso eficiente dos recursos.

A modelagem adotada para a formulação do problema de planejamento da operação de curto prazo, apresentada no Capítulo 2, descreve o comportamento das unidades geradoras hidrelétricas sob o ponto de vista de rendimento, perdas,

bem como a influência da vazão turbinada sobre a cota de jusante da usina. Desta forma, pode ser visto como se comporta o rendimento de uma unidade geradora por meio de sua curva-colina.

O problema de planejamento de curto prazo precisa atender determinadas restrições operativas das usinas e do sistema, sendo a formulação do problema abordada no Capítulo 3. A formulação resultante requer a solução de um difícil problema de programação não-linear com restrições.

No Capítulo 4, é utilizada a teoria de Relaxação Lagrangeana para decompor este problema de planejamento de curto prazo em uma série de subproblemas menores e mais simples de serem resolvidos. Em um desses subproblemas é requerida a alocação das unidades geradoras hidrelétricas, ou seja, necessita-se identificar quais unidades devem ser despachadas e a potência de saída dessas unidades. Este subproblema é de natureza inteira-mista e não-linear. Considerando que a alocação das unidades esteja definida, isto é, o número de unidades a ser despachado é conhecido, tem-se então que resolver o problema de despacho das unidades geradoras. Registra-se que a definição das unidades que serão despachadas pode ser obtida por um processo de enumeração exaustiva do espaço de estados, como é feito neste trabalho, ou por meio de um algoritmo que faça uso da relaxação Lagrangeana.

Independentemente da estratégia utilizada na solução do problema de alocação de unidades hidrelétricas, é necessário resolver uma série de problemas de despacho das unidades geradoras hidrelétricas. Para tanto, este trabalho apresenta uma contribuição na solução do problema de despacho por meio de um algoritmo de otimização que faz uso dos métodos de Lagrangeano Aumentado e Quase-Newton. Conforme abordado no Capítulo 5, o Lagrangeano Aumentado transforma um problema de otimização restrito em uma série de subproblemas irrestritos, utilizando para tal, conceitos de multiplicadores de Lagrange e

penalidade quadrática. Já o método de Quase-Newton resolve cada um dos subproblemas irrestritos, utilizando informações de primeira derivada e aproximações da matriz hessiana.

Em seguida, o Capítulo 6 demonstrou a implementação computacional desenvolvida neste trabalho de dissertação. O algoritmo foi utilizado em algumas usinas hidrelétricas do parque gerador brasileiro. Nestas simulações, pôde ser observado a eficiência dos métodos utilizados na solução do problema de despacho de unidades hidrelétricas e visualizar a natureza não-linear deste problema. Conforme visto, os despachos das usinas eram dependentes dos multiplicadores oriundos do problema dual (λ_{gh} , λ_q e λ_s) e, também, do número de unidades em operação. Para preços de potência relativamente baixos (λ_{gh} comparado com λ_q), os despachos mantinham as unidades operando próximos aos seus limites mínimos e, onde havia mais de um tipo de unidade, houve a tendência em despachos concentrados em um determinado tipo de gerador.

Investigando todo o espaço de estados da enumeração exaustiva, foi observado a alocação ótima de algumas usinas. Para determinados valores de λ_{gh} , foi visto que a alocação ótima utilizava um número de unidades menor que o total, o que talvez não fosse possível de se determinar caso utiliza-se uma modelagem linear da função de produção das unidades hidrelétricas, ou seja, considerando o rendimento constante ($ph_j = k q_j$).

7.2 Recomendações para Trabalhos Futuros

Com relação aos métodos de solução utilizados para resolver os problemas de despacho de unidades geradoras hidrelétricas, algumas aspectos merecem algumas melhorias. Primeiramente, um método para atualização dinâmica do parâmetro de penalidade que, neste trabalho foi atualizado por uma constante. Esta atualização dinâmica pode acelerar o processo iterativo de solução. O outro

ponto importante diz respeito ao ponto inicial do processo iterativo. Neste caso pode ser desenvolvido uma heurística que consiga prever um ponto inicial mais próximo da solução real, o que pode diminuir significativamente o número de iterações de todo o processo.

O problema de alocação de unidades geradoras, conforme mostrou o Capítulo 4, pode ser resolvido por meio da enumeração exaustiva ou utilizando a relaxação Lagrangeana novamente. A implementação com base na relaxação Lagrangeana é indispensável quando a enumeração exaustiva abranger um grande espaço de estados.

Para a solução dos subproblemas irrestritos, neste trabalho foi utilizado o método de Quase-Newton. Outros métodos como Região de Confiança merecem alguns estudos no sentido de comparar o desempenho dessas técnicas na solução desses subproblemas irrestritos.

APÊNDICE A

DERIVADAS RELACIONADAS À FUNÇÃO DE PRODUÇÃO DAS UNIDADES GERADORAS HIDRELÉTRICAS

Este apêndice apresenta as derivadas que estão envolvidas com a função de produção de uma unidade hidrelétrica:

$$ph_j(q_j, d) = G \eta_j[q_j, hl_j(q_j, d)] hl_j(q_j, d) q_j \quad (a.1)$$

$$hl_j(q_j, d) = fcm - b_0 d - b_1 d^2 - b_2 d^3 - b_3 d^4 - k_j q_j^2 \quad (a.2)$$

$$\eta_j[q_j, hl_j(q_j, d)] = \rho_0 + \rho_1 q_j + \rho_2 hl_j + \rho_3 q_j hl_j + \rho_4 q_j^2 + \rho_5 hl_j^2 \quad (a.3)$$

$$\frac{\partial hl_j(.)}{\partial q_j} = -2k_j q_j \quad (a.4)$$

$$\frac{\partial hl_j(.)}{\partial Q} = \frac{\partial hl_j(.)}{\partial s} = \frac{\partial hl_j(.)}{\partial d} = -b_0 - 2b_1 d - 3b_2 d^2 - 4b_3 d^3 \quad (a.5)$$

$$\frac{\partial \eta_j(.)}{\partial q_j} = \rho_1 + \rho_2 \frac{\partial hl_j(.)}{\partial q_j} + \rho_3 \left(hl_j(.) + q_j \frac{\partial hl_j(.)}{\partial q_j} \right) + 2\rho_4 q_j + 2\rho_5 \frac{\partial hl_j(.)}{\partial q_j} hl_j(.) \quad (a.6)$$

$$\frac{\partial \eta_j(.)}{\partial Q} = \frac{\partial \eta_j(.)}{\partial s} = \frac{\partial \eta_j(.)}{\partial d} = \rho_2 \frac{\partial hl_j(.)}{\partial d} + \rho_3 q_j \frac{\partial hl_j(.)}{\partial d} + 2\rho_5 \frac{\partial hl_j(.)}{\partial d} hl_j(.) \quad (a.7)$$

$$\frac{\partial ph_j(.)}{\partial q_j} = G \left[\frac{\partial \eta_j(.)}{\partial q_j} hl_j(.) q_j + \eta_j(.) \frac{\partial hl_j(.)}{\partial q_j} q_j + \eta_j(.) hl_j(.) \right] \quad (a.8)$$

$$\frac{\partial ph_j(.)}{\partial Q} = \frac{\partial ph_j(.)}{\partial s} = \frac{\partial ph_j(.)}{\partial d} = G \left[\frac{\partial \eta_j(.)}{\partial d} hl_j(.) q_j + \eta_j(.) \frac{\partial hl_j(.)}{\partial d} q_j \right] \quad (a.9)$$

REFERÊNCIAS

- [1] SANTOS, S. C., REIS, M. J.; *Memória do Setor Elétrico da Região Sul*, Editora da Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, 2002.
- [2] MUCKSTADT, J. A., KOENIG, S. A.; An Application of Lagrangian Relaxation to Scheduling in Power-Generation Systems, *Operations Research*, Volume 25, Number 3, May-June, 1977.
- [3] LAUER, G. S., SANDELL, N. R., BERTSEKAS, D. P., POSBERGH, T. A.; Solution of Large-Scale Optimal Unit Commitment Problems, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Volume PAS-101, Number 1, January, 1982.
- [4] BERTSEKAS, D. P., LAUER, G. S., SANDELL, N. R., POSBERGH, T. A.; Optimal Short-Term of Large-Scale Power Systems, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. AC-28, Number 1, January, 1983.
- [5] MERLIN, A., SANDRIN, P.; A New Method for Unit Commitment at Electricite de France, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Volume PAS-102, Number 5, May, 1983.
- [6] ZHUANG, F., GALIANA, F. D.; Towards a More Rigorous and Practical Unit Commitment by Lagrangian Relaxation, *IEEE Transactions on Power Systems*, Volume 3, Number 2, May, 1988.
- [7] BARD, J.F.; Short-Term Scheduling of Thermal-Electric Generations Using Lagrangian Relaxation, *Operations Research*, Volume 36, Number 5, September-October, 1988.
- [8] RUZIC, S., RAJAKOVIC, N.; A New Approach for Solving Extended Unit Commitment Problem, *IEEE Transactions on Power Systems*, Volume 6, Number 1, February, 1991.
- [9] GUAN, X., LUH, P. B., YAN, H.; An Optimization-based Method for Unit Commitment, *Electrical Power & Energy Systems*, Volume 14, Number 1, February, 1992.
- [10] SHEBLE, G. B., FAHD, G. N.; Unit Commitment Literature Synopsis, *IEEE Transactions on Power Systems*, Volume 9, Number 1, February, 1994.

- [11] TAKRITI, S., BIRGE, J. R., LONG, E.; A Stochastic Model for the Unit Commitment Problem, *IEEE Transactions on Power Systems*, Volume 11, Number 3, August, 1996.
- [12] FELTENMARK, S.; *On Optimization of Power Production*, Doctoral Thesis, Royal Institute of Technology, Department of Mathematics, Stockholm, Sweden, 1997.
- [13] LAI, S. Y., BALDICK, R.; Unit Commitment with Ramp Multipliers, *IEEE Transactions on Power Systems*, Volume 14, Number 1, February, 1999.
- [14] ZHAI, Q., GUAN, X., CUI, J.; Unit Commitment with Identical Units: Successive Subproblem Solving Method Based on Lagrangian Relaxation, *IEEE Transactions on Power Systems*, Volume 17, Number 4, November, 2002.
- [15] FOX, M.; *Introdução a Mecânica dos Fluidos*, Livro Técnico e Científico, Editora. S.A., 1997.
- [16] CREDER, H; *Instalações Hidráulicas*, Livro Técnico e Científico, Editora. S.A., 1997.
- [17] SOUZA, Z.; *Centrais Hidro e Termelétricas*, Editora Blucher, São Paulo, 1983.
- [18] SCHREIBER, G. P.; *Usinas Hidráulicas*, Editora Blucher, São Paulo, 1980.
- [19] WONNACOTT, T. H, WONNACOTT, R. J.; *Introductory Statistics for Business and Economics*, Ontario, Canada, John Wiley & Sons, Inc, 1972.
- [20] CALAINHO, J. A. L., HORTA, C. A., GONÇALVES, C., LOMÔNACO, F. G.; *Cavitação em Turbinas Hidráulicas do Tipo Francis e Kaplan no Brasil*, ELETRONORTE, 1997.
- [21] WOOD, A. J., WOLLENBERG, B. F.; *Power Generation Operation & Control*, John Wiley & Sons, 1984.
- [22] CLEZAR, C. A., NOGUEIRA, A. C. R.; *Ventilação Industrial*, Editora da UFSC, 1999.
- [23] BAZZO, E.; *Geração de Vapor*, Editora da UFSC, 1995.
- [24] BAZZO, E.; *Geração de Vapor em Centrais Termelétricas*, Editora da UFSC, 1985.

- [25] EVERETT III, H.; Generalized Lagrange Multiplier Method for Solving Problems of Optimum Allocation of Resources, *Operation Research*, 11 (1963), pp. 399-417.
- [26] BALISNKI, M. L., BAUMOL, W. J.; The Dual in Nonlinear Programming and Its Economic Interpretation, *Rev. Economic Studies*, XXXV, 103 (1968), pp. 237-256.
- [27] FALK, J. E.; Lagrange Multipliers and Nonconvex Programs, *SIAM Journal on Control*, 7(4): 534-545, 1969.
- [28] LASDON, L. S.; *Optimization Theory of Large Systems*, Macmillan Company, New York, NY, 1970.
- [29] GEOFFRION, A. M.; Duality in Nonlinear Programming: A Simplified Applications-Oriented Development, *SIAM Review*, Vol. 13, Number 4, January, 1971.
- [30] GEOFFRION, A. M.; Lagrangean Relaxation for Integer Programming, *Mathematical Programming Study*, 2:82-114, 1974.
- [31] BAZARAA, S. M., SHETTY, C. M.; *Nonlinear Programming*, John Wiley & Sons, Atlanta, 1979.
- [32] SOARES, S., LYRA, C., TAVARES, H.; Optimal generation of Hydrothermal Power Systems, *IEEE Transactions on Power and Systems*, June, 1980.
- [33] URRUTY, J. B. H., LEMARÉCHAL, C.; *Convex Analysis and Minimization Algorithms*, Springer-Verlag, 1993.
- [34] BERTSEKAS, D. P.; *Nonlinear Programming*, Athena Scientific, 2nd Edition, Belmont, MA, 1999.
- [35] BELLMAN, R.; *Dynamic Programming*, Princeton, N. J., Princeton University Press, 1957.
- [36] BELLMAN, R.; *Adaptive Control Process*, Princeton. N. J., Princeton University Press, 1961.
- [37] BELLMAN, R., DREYFUS, S.; *Applied Dynamic Programming*, Princeton University Press, 1962.
- [38] BELLMAN, R., KALABA, R. E.; *Quasilinearization and Nonlinear Boundary-Value Problems*, American Elsevier, New York 1965.

- [39] LARSON, R. E.; A Survey of Dynamic Programming Computational Procedures, *IEEE Transactions on Automatic Control*, December, 1967.
- [40] LARSON, R. E.; *State Increment Dynamic Programming*, American Elsevier, New York, 1968.
- [41] LARSON, R. E.; A Dynamic Programming Successive Approximations Technique, *Presented at 1968 JACC*, University of Michigan, June 1968.
- [42] LARSON, R. E., KECKLER, W. G.; Applications of Dynamic Programming to the Control of Water Resource Systems, *Automatica*, Vol. 5, pp. 15-26, Pergamon Press, 1969.
- [43] KORSACK, A. J., LARSON, R. E.; Convergence Proofs for a Dynamic Programming Successive Approximation Technique, *4th IFAC Congress*, Warsaw, Poland, June 1969.
- [44] ARDUINO, A.; *Programação Dinâmica*, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Junho de 1972.
- [45] HASTINGS, N. A. J.; *Dynamic Programming With Management Applications*, Operations Research Series, The Butterworth Group, London, 1973.
- [46] WOLSEY, L. A.; *Integer Programming*, John Wiley & Sons Inc., 1998.
- [47] GILLET, B. E.; *Introduction to Operations Research: A Computer-Oriented Algorithmic Approach*, Missouri, United States, McGraw-Hill, 1976.
- [48] WAGNER, H. M.; *Pesquisa Operacional*, Prentice/Hall do Brasil, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 1986.
- [49] BATUT, J., RENAUD, A.; Daily Generation Scheduling with Transmission Constraints: A New Class of Algorithms, *IEEE Transactions on Power Systems*, Volume 7, Number 3, 1992.
- [50] LEMARÉCHAL, C., PELLEGRINO, F., RENAUD, A., SAGASTIZÁBAL, C.; Bundle Methods Applied to the Unit Commitment Problem, *System Modeling and Optimization*, pp. 395-402, 1996.
- [51] RENAUD, A.; Daily Generation Management at Électricité de France: From Planning Towards Real Time”, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 38(7)-1080:1093, July 1993.
- [52] LAI, S. Y., BALDICK, R.; Unit Commitment with Ramp Multipliers, *IEEE Transactions on Power Systems*, Volume 14, Number 1, February, 1999.

- [53] SHEBLE, G. B., FAHD, G. N.; Unit Commitment Literature Synopsis, *IEEE Transactions on Power Systems*, Volume 9, Number 1, February, 1994.
- [54] TAKRITI, S., BIRGE, J. R., LONG, E.; A Stochastic Model for the Unit Commitment Problem, *IEEE Transactions on Power Systems*, Volume 11, Number 3, August, 1996.
- [55] FELTENMARK, S.; *On Optimization of Power Production*, Doctoral Thesis, Royal Institute of Technology, Department of Mathematics, Stockholm, Sweden, 1997.
- [56] MUCKSTADT, J. A., KOENIG, S. A.; An Application of Lagrangian Relaxation to Scheduling in Power-Generation Systems, *Operations Research*, Volume 25, Number 3, May-June, 1977.
- [57] LAUER, G. S., SANDELL, N. R., BERTSEKAS, D. P., POSBERGH, T. A.; Solution of Large-Scale Optimal Unit Commitment Problems, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Volume PAS-101, Number 1, January, 1982.
- [58] BERTSEKAS, D. P., LAUER, G. S., SANDELL, N. R., POSBERGH, T. A.; Optimal Short-Term of Large-Scale Power Systems, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. AC-28, Number 1, January, 1983.
- [59] MERLIN, A., SANDRIN, P.; A New Method for Unit Commitment at Electricite de France, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Volume PAS-102, Number 5, May, 1983.
- [60] ZHUANG, F., GALIANA, F. D.; Towards a More Rigorous and Practical Unit Commitment by Lagrangian Relaxation, *IEEE Transactions on Power Systems*, Volume 3, Number 2, May, 1988.
- [61] BARD, J.F.; Short-Term Scheduling of Thermal-Electric Generations Using Lagrangian Relaxation, *Operations Research*, Volume 36, Number 5, September-October, 1988.
- [62] RUZIC, S., RAJAKOVIC, N.; A New Approach for Solving Extended Unit Commitment Problem, *IEEE Transactions on Power Systems*, Volume 6, Number 1, February, 1991.
- [63] GUAN, X., LUH, P. B., YAN, H; An Optimization-based Method for Unit Commitment, *Electrical Power & Energy Systems*, Volume 14, Number 1, February, 1992.

- [64] ZHAI, Q., GUAN, X., CUI, J.; Unit Commitment with Identical Units: Successive Subproblem Solving Method Based on Lagrangian Relaxation, *IEEE Transactions on Power Systems*, Volume 17, Number 4, November, 2002.
- [65] PEREIRA, M. V. P., PINTO, M. V. G.; Aplicação de Técnicas de Decomposição ao Pré-Despacho de Sistemas Hidrotérmicos, Grupo X, *SNPTEE*, Brasília, DF, Brasil, 1987.
- [66] PINTO, M. V. G., PEREIRA, M. V. P.; Alocação Semanal de Geração em Sistemas Hidrotérmicos Interligados, Grupo X, *SNPTEE*, Belo Horizonte, MG, Brasil, 1987.
- [67] AMADO, S. M., RIBEIRO, C. C.; Short-Term Generation of Hydraulic Multi-Reservoir Area Interconnected Systems, *IEEE Transactions on Power Systems*, Volume PWRS-2, pp. 758-763, August, 1987.
- [68] LEMARÉCHAL, C., RENAUD, A.; A Geometric Study of Duality Gaps, With Applications, *Mathematical Programming*, 90 (3), pp. 399-427, 2001.
- [69] NOCEDAL, J., WRIGHT, S. J.; *Numerical Optimization*, Springer Series in Operations Research, 1999.
- [70] MARTÍNEZ, J. M., SANTOS, S. A.; *Métodos Numéricos de Otimização*, IMECC-UNICAMP, 1998.
- [71] MARTÍNEZ, J. M., MACIEL, M. C., GOMES, F. A. M.; Nonlinear Programming Using Trust regions and Augmented Lagrangians with Nonmonotone Penalty Parameters, *Mathematical Programming*, 84, pp. 161-200, 1999
- [72] MARTÍNEZ, J. M., MELLO, M., PILOTTA, E. A., KREJIC, N.; Validation of na Augmented Lagrangian Algorithm with a Gauss-Newton Hessian Aproximation Using a Set of Hard-Spheres Problems, *Computational Optimization and Applications* 16, 247-263, 2000.
- [73] MARTÍNEZ, J. M.; BOX-QUACAN and the implementation of Augmented Lagrangian algorithms for minimization with inequality constrains, *Computational Optimization and Applications* 19, pp. 31-56, 2000
- [74] CONN, A. R., GOULD, N. I. M., TOINT, L.; LANCELOT: a Fortran Package for Large-scale Nonlinear Optimization, *Springer Series in Computational mathematic* 17, 1992
- [75] CONN, A. R., GOULD, N. I. M., TOINT, L.; A Globaly Convergent Augmented Lagrangian Algorithm for Optimization with General

Constrains and Simple Bounds, *SIAM Journal and Optimization* 7, pp. 545-572, 1991

- [76] MARTÍNEZ, J. M.; Practical Quasi-Newton Methods for Solving Nonlinear Systems, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 124, pp. 97-122, 2000.
- [77] MARTÍNEZ, J. M., KREJIC, N., BIRGIN, E. G.; A Globaly Convergent Inexact Quasi-Newton for Solving Nonlinear Systems, *to appear in munerical Algorithms*.
- [78] COMPAQ, *Compaq Visual Fortran Professional Edition 6.1.0 Reference Manual*, Copyright Digital Corporation Equipment, 1997-1999.